摛藻堂四庫全書薈要

子部

欽定四庫全書薈要

子部

御製歷象考成上編卷二一

詳校官主事臣陳木

欽定四庫全書薈要

御製律歷淵源序

粵稽前古堯有羲和之咨舜有后夔之命周有商高之及歷代史書莫不志律歷備數度用以敬天授民格神和人行於邦國而周於鄉閭典至重也我

皇考聖祖仁皇帝生知好學天縱多能萬幾之暇留心律歷算法積數十年博考繁賾搜抉舉微參伍錯綜一以貫之爰

指授莊親王等率同詞臣於大內蒙養齋編纂每日進呈
親加改正彙輯成書總一百卷名為律歷淵源凡為三部
區其編次一曰歷象考成其編有二上編曰揆天察紀
論本體之象以明理也下編曰明時正度密致用之術
列立成之表以著法也一曰律呂正義其編有三上編
曰正律審音所以定尺考度求律本也下編曰和聲定
樂所以因律製器審八音也續編曰協均度曲所以窮
五聲二變相和相應之源也一曰數理精蘊其編有二

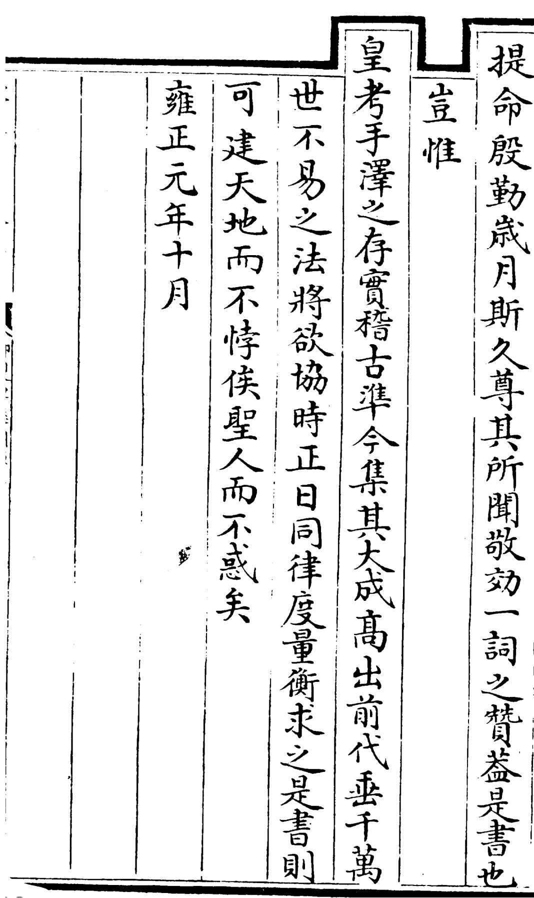
上編曰立綱明體所以解周髀探河洛闡幾何明比例下編曰分條致用以線面體括九章極於借衰割圜求體變化於比例規比例數借根方諸法蓋表數備矣洪惟我國家聲靈遠屆文軌大同自極西歐羅巴諸國專精世業各獻其技於閶闔之下典籍圖表燦然畢具我

皇考兼綜而裁定之故凡古法之歲久失傳擇焉而不精與西洋之侏𠌯詰屈語焉而不詳者咸皆條理分明本末昭晰其精當詳悉雖專門名家莫能窺萬一所謂惟

聖者能之豈不信歟夫理與數合符而不離得其數則理不外焉此圖書所以開易範之先也以線體例絲管之別以弧角求經緯之度若此類者皆數法之精而律歷之要斯在故三書相為表裏齊七政正五音而必通乎九章之義所由試之而不忒用之而有效也書成纂脩諸臣請序而傳之恭惟

聖學高深豈易鑽仰顧朕夙承

庭訓於此書之大指微義


提命殷勤歲月斯久尊其所聞敬効一詞之贊葢是書也

豈惟

皇考手澤之存實稽古準今集其大成高出前代垂千萬

世不易之法將欲協時正日同律度量衡求之是書則

可建天地而不悖俟聖人而不惑矣

雍正元年十月

欽定四庫全書薈要

御製歷象考成總目

上編十六卷

下編十卷

表十六卷

臣等謹案歷象考成四十二卷

聖祖仁皇帝御製乃律歷淵源三書中第一部也上編十六卷曰揆天察紀以闡其理下編十卷

曰明時正度以詳其法表十六卷以致其用

自日躔月離交食五星恒星黃赤經緯之度

罔不極精殫微可坐而致蓋我

聖祖仁皇帝天縱聖神洞精律算而於此書之作猶

指授臣工明於推測者就

大內蒙養齋詳為編纂排日進呈

親加釐訂良以建天地而俟聖人故慎之又慎如此

逮雍正元年刊刻告成

世宗憲皇帝纘述

高深

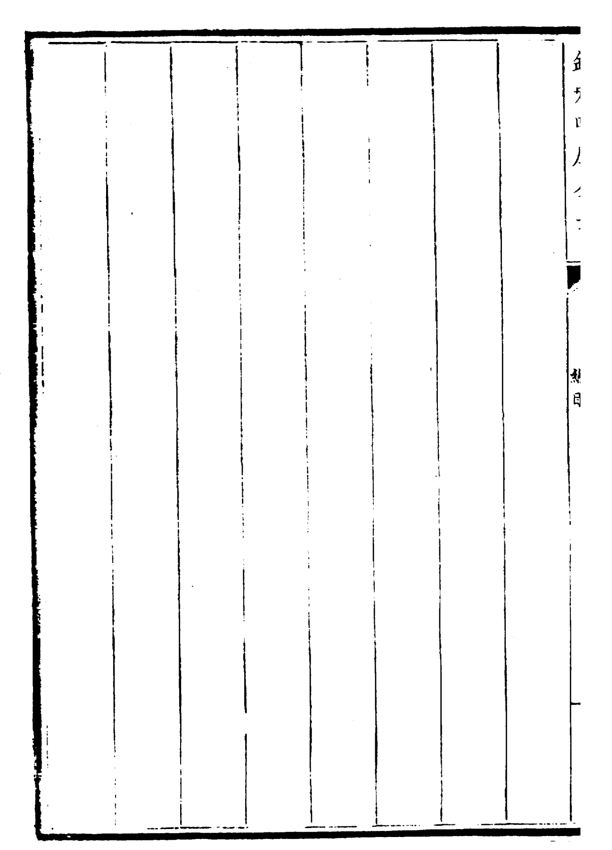
默契淵蘊

製序頒行於以欽若昊天敬授人時真比隆虞典矣

乾隆四十三年二月恭校上

總纂官臣紀昀臣陸錫熊臣孫士毅

總校官臣陸費墀



雍正二年五月十七日奉
旨開載纂修編校諸臣職名
承
旨纂修
和碩莊親王臣允禄
和碩誠親王臣允祉
彙編
日講官起居注詹事府少詹事兼翰林院侍講學士加一級臣何國宗

翰林院編修臣梅瑴成

分校

原任湖南巡撫都察院右副都御史臣魏廷珍

翰林院編修臣王蘭生

原進士臣方苞

考測

會考府郎中臣成德

參領臣阿齊圖

原任吏部員外郎臣顧琮
工部員外郎加一級臣照海
食員外郎俸欽天監五官正臣明安圖
兵部主事加一級臣平安
福建汀州府知府臣何國棟
江西袁州府知府臣李英
翰林院筆帖式加一級臣那海
候補筆帖式臣豊盛額

校算

兵部郎中兼管欽天監左監副事加二級臣何國柱

刑部員外郎臣倫大理

欽天監左監副臣四格

內閣中書臣黄茂

欽天監博士加一級臣潘汝瑛

山東莒州知州臣陳永年

廣東西寧縣知縣臣薩海

京衛武學教授臣胡振

舉人揀選知縣臣高澤

會考府筆帖式臣傅明安

吏部筆帖式臣戴嵩安

候補筆帖式臣黑都

生員臣秦宁

生員臣五德寶

護軍臣楊格

校録

翰林院侍讀臣吳孝登

翰林院侍講臣留保

刑部郎中加一級臣朱崧

戶部主事臣黑赫

禮部主事臣穆繼倫

刑部主事臣王玒

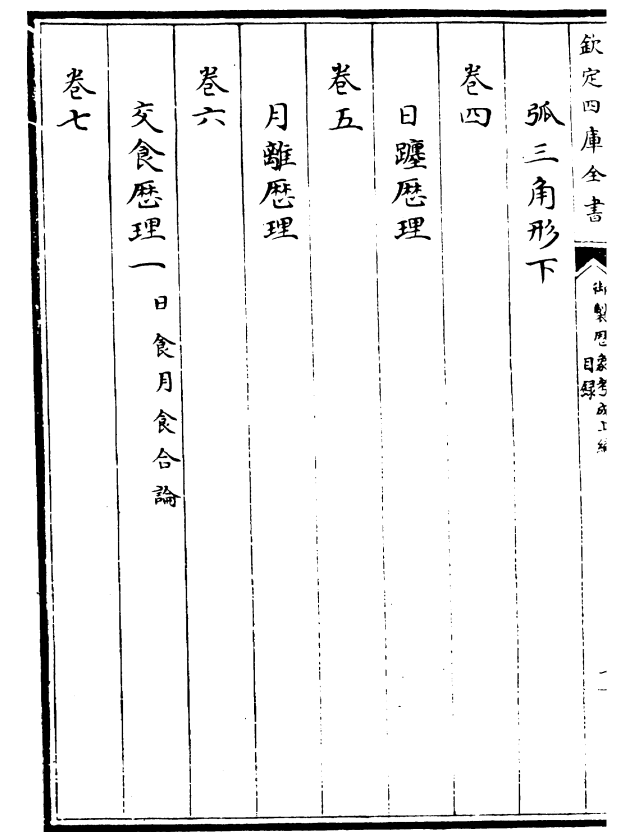
工部主事加一級臣色合立

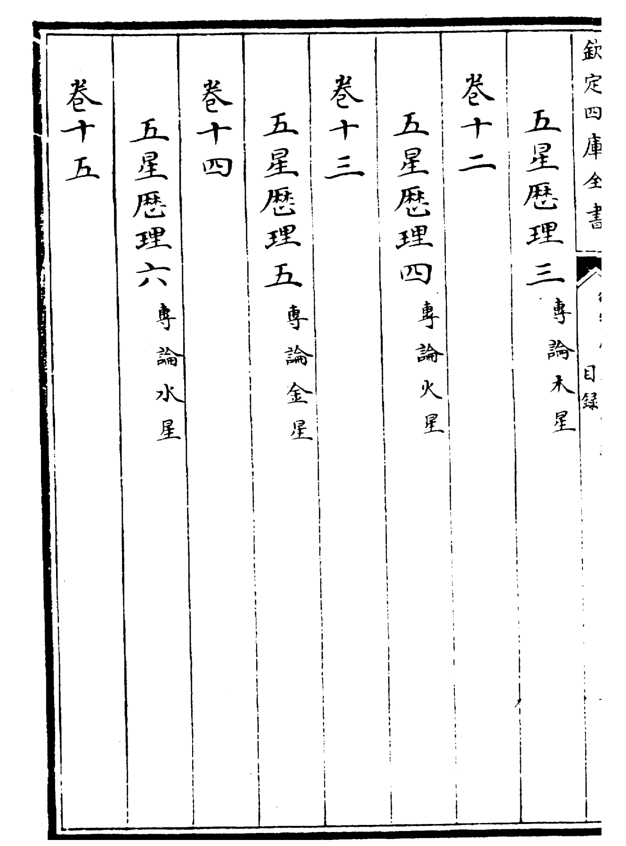
户部司庫加一級臣穆成格
工部司庫臣伍大壽
行人司行人加一級臣顧陳垿
湖廣黄州府同知臣郎瀚
江南通州知州加一級臣白映棠
河南孟津縣知縣加一級臣陳永貞
監生候選州同知臣張嘉論
生員臣焦繼謨

職名

欽定四庫全書薈要

御製歷象考成上編目録



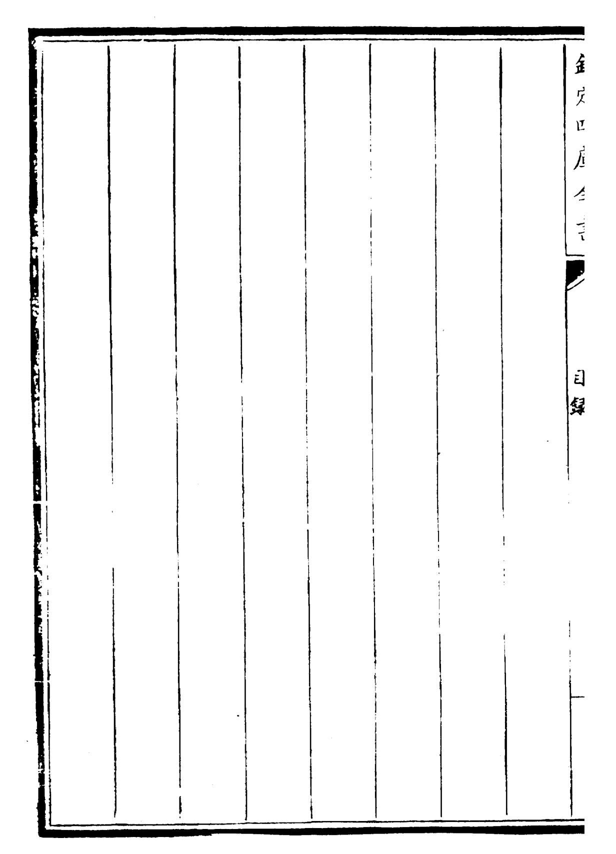


五星歷理七

五星合論

卷十六

恒星歷理



欽定四庫全書
目錄

欽定四庫全書薈要卷一萬七百六十六 子部

御製歷象考成上編卷一

歷理總論

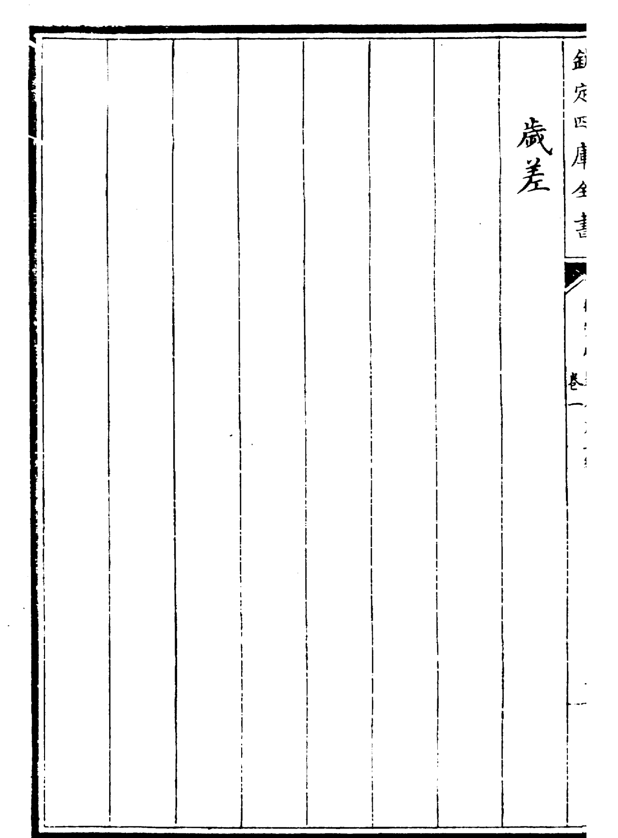
天象

地體

歷元

黄赤道

經緯度



欽定四庫全書
歲差
卷一

天象

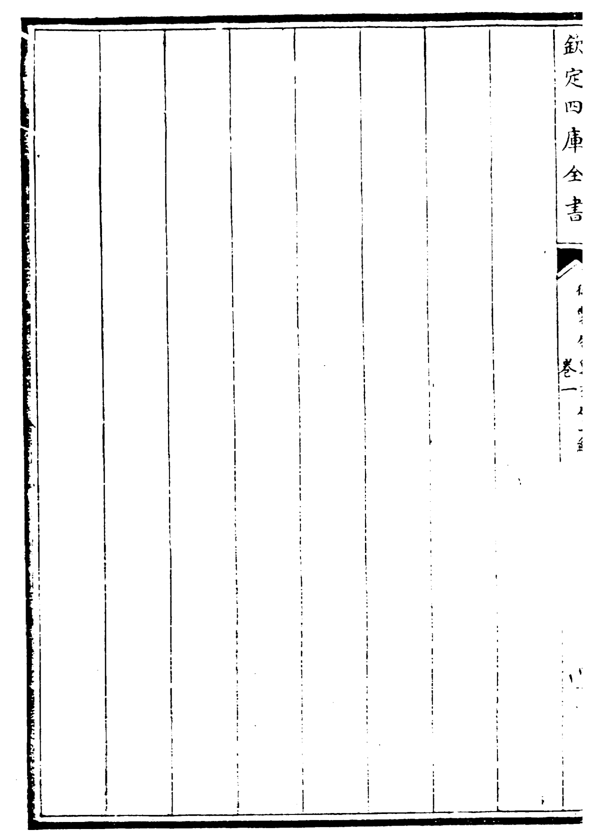
虞書堯典曰欽若昊天歷象日月星辰楚詞天問曰圜則九重孰營度之後世歷家謂天有十二重非天實有如許重數蓋言日月星辰運轉於天各有所行之道即楚詞所謂圜也欲明諸圜之理必詳諸圜之動欲考諸圜之動必以至靜不動者準之然後得其盈縮蓋天道靜專者也天行動直者也至靜者自有一天與地相為表裏故羣動者運於其間而不息若

無至靜者以驗至動則聖人亦無所成其能矣人恒在地面測天而七政之行無不可得者正為以靜驗動故也十二重天最外者為至靜不動次為宗動南北極赤道所由分也次為南北歲差次為東西歲差此二重天其動甚微歷家姑置之而不論焉次為三垣二十八宿經星行焉次為塡星所行次為歲星所行次為熒惑所行次則太陽所行黄道是也次為太白所行次為星辰所行最内者則太陰所行白道是

也要以去地之遠近而為諸天之内外然所以知去地之遠近者則又從諸曜之掩食及行度之遲疾而得之葢凡為所掩食者必在上而掩之食之者必在下月體能蔽日光而日為之食是日遠月近之徵也月能掩食五星而月與五星又能掩食恒星是五星高於月而卑於恒星也五星又能互相掩食是五星各有遠近也又宗動天以渾灝之氣挈諸天左旋其行甚速故近宗動天者左旋速而右移之度遲漸遠

宗動天則左旋較遲而右移之度轉速今右移之度惟恒星最遲土木次之火又次之日金水較速而月最速是又以次而近之證也是故恒星與宗動相較而歲差生焉太陽與恒星相會而歲實生焉黄道與赤道出入而節氣生焉太陽與太陰循環而朔望盈虚生焉黄道與白道交錯而薄蝕生焉五星與太陽離合而遲疾順逆生焉地心與諸圜之心不同而盈縮生焉歴代專家多方測量立法布筭積久愈詳已

得其大體其間或有豪芒之差諸説不無同異者葢因儀器仰測穹蒼失之纎微年久則著雖有聖人莫能預定惟立窮源竟委之法隨時實測取其精密附近之數折中用之每數十年而一修正斯為治厯之通術而古聖欽若之道庶可復於今日矣



地體

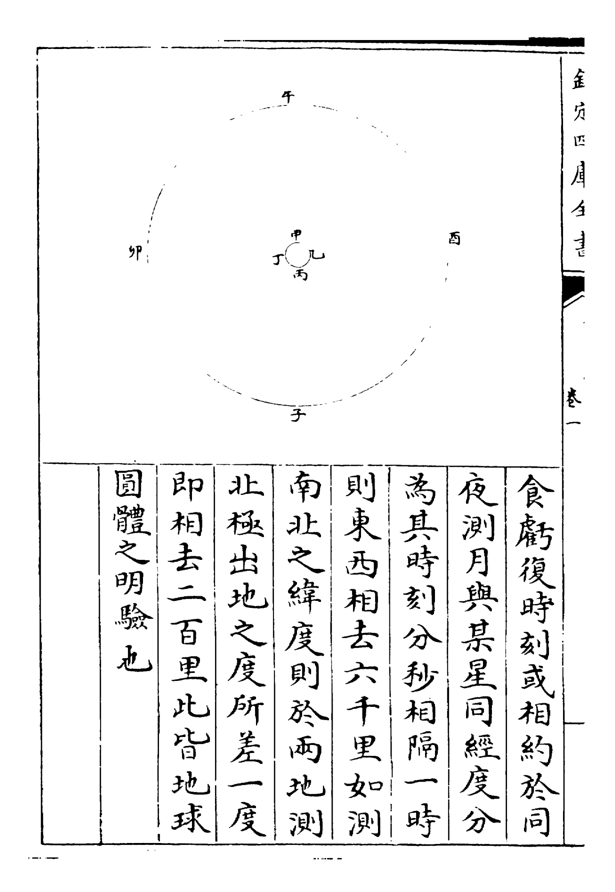
欲明天道之流行先達地球之圓體日月星辰每日出入地平一次而天下大地必非同時出入居東方者先見居西方者後見東西相去萬八千里則東方人見日為午正者西方人見日為卯正也周天三百六十度每度當地上二百里是故推驗大地經緯度分皆與天應測緯度者用午正日晷或測南北二極測經度則必於月蝕取之葢月蝕與日蝕異日之食

限分數隨地不同月之食限分數天下皆同但入限有晝夜人有見不見耳此處食甚於子者處其東三十度必食甚於丑處其西三十度必食甚於亥是故相去九十度則此見食於子而彼見食於酉相去百八十度則此見食於子而彼當食於午雖食而不可見矣

設如午酉子卯為日天甲乙丙丁為地球日在午人居甲者日正在其天頂得午時人居丙者日却在其

午
卯
酉
甲
丁
乙
丙
子

天頂對衝而得子時東去甲九十度居丁者得酉時而西去甲九十度居乙者又得卯時矣夫居甲丙者以酉乙丁卯為地平而居乙丁者則又以午甲丙子為地平葢大地皆以日到天頂為午正也是故測東西之經度者兩地同測月



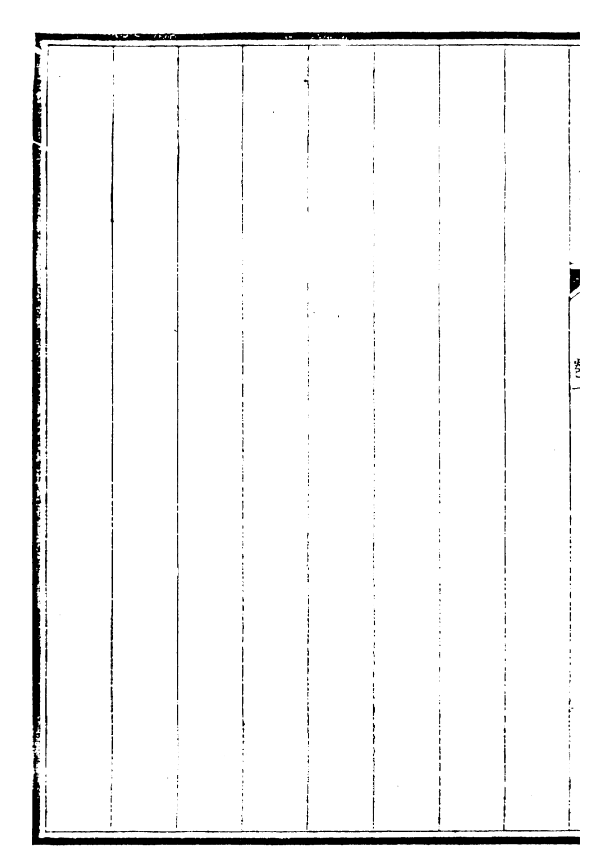
食虧復時刻或相約於同夜測月與某星同經度分為其時刻分秒相隔一時則東西相去六千里如測南北之緯度則於兩地測北極出地之度所差一度即相去二百里此皆地球圓體之明驗也

歷元

治歷者必有起算之端是謂歷元其法有二一則遠溯古初冬至七曜齊元之日為元自漢太初以來諸歷所用之積年是也一則截算為元若元授時歷以至元辛巳天正冬至為元今時憲歷以崇禎元年戊辰天正冬至為元是也二者雖同為起算之端然積年實不如截算之簡易也夫所謂七曜齊元者乃溯上古冬至之時歲月日時皆會甲子日月如合璧五星如聯珠是以為

造歷之元使果有此雖萬世遵用可矣而廿一史所載諸家歷元無一同者是其所用積年之久近皆非有所承受但以巧算取之而已當其立法之初亦必有所驗於近測遂援之以立術於是溯而上之至於數千萬年之遠庶幾各曜之躔次可以齊同然既欲其上合歷元又欲其不違近測奇零分杪之數決不能齊勢不能不稍爲遷就以求其巧合其始也據近測以求積年其既也且將因積年而改近測矣杜預云治歷者當順天以

求合不當為合以驗天積年之法是為合以驗天也安得為立法之盡善乎若夫截筭之法不用積年虛率而一以實測為憑誠為順天求合之道治歷者所當取法也今定康熙二十三年甲子天正冬至次日壬申子正初刻為歷元即康熙二十二年十一月初五日子正初刻七政皆從此起筭其應用諸數皆係實測庶數有可徵而理有所據矣



黃赤道

天包地外圜轉不息南北兩極為運行之樞紐地居天中體圓而靜人環地面以居隨其所至適見天體之半中華之地面近北故北極常現南極常隱平分兩極之中橫帶天腰者為赤道赤道距天頂之度即北極出地之度也亦道以北為內為陰以南為外為陽斜交赤道而半出其南半出其北者為黃道乃太陽一歲所躔之軌迹也黃赤道相交之兩界為春秋分距赤道南二十

三度半為冬至距赤道北二十三度半為夏至七政所行之道紛然不齊惟恃黃赤二道以為推測之本葢太陽循黃道東行而出入於赤道之南北太陰與五星各循本道東行而又出入於黃道之南北故黃赤二道之位定則晝夜永短寒暑進退以及晦朔弦望薄蝕朓朒皆從此可稽矣

經緯度

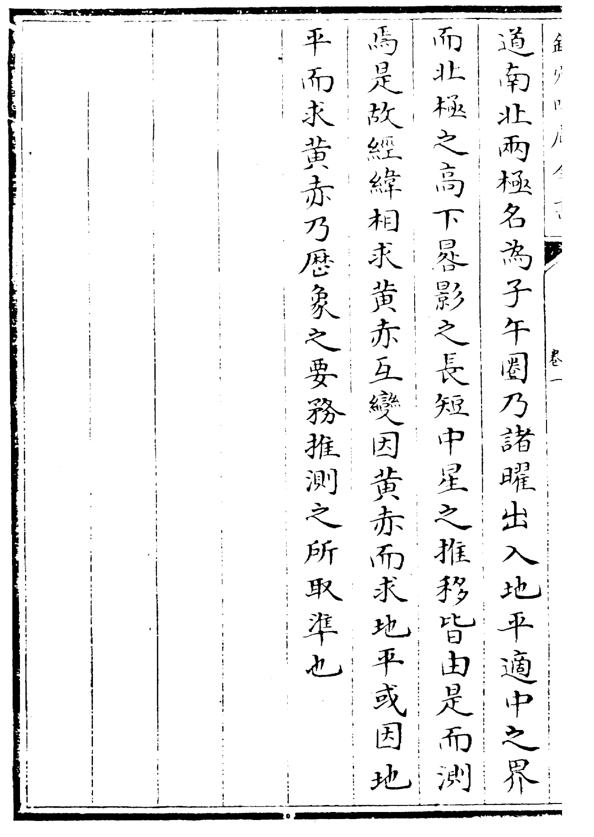
恒星七政各有經緯度葢天周弧線縱橫交加即如布帛之經緯然故以東西為經南北為緯然有在天之經緯有隨地之經緯在天則為赤道為黃道隨地則為地平赤道均分三百六十度平分之為半周各一百八十度四分之為象限各九十度六分之為紀限各六十度十二分之為宮為時各三十度是為赤經從經度出弧線與赤道十字相交各引長之會於南北極皆成全圜

亦分為三百六十度兩極相距各一百八十度兩極距赤道俱九十度是為赤緯依緯度作圜與赤道平行名距等圈此圈大小不一距赤道近則大距赤道遠則小其度亦三百六十俱與赤道之度相應也赤道之用有動有靜動者隨天左旋與黃道相交日躔之南北於是乎限靜者太虛之位亘古不移晝夜之時刻於是乎紀焉黃道之宮度並如赤道其與赤道相交之兩點為春秋分相距皆半周平分兩交之中為冬夏至距兩交各

一象限六分象限為節氣各十五度是為黃經從經度出弧線與黃道十字相交各引長之周於天體即成全圜其各圜相湊之處不在赤道之南北兩極而別有其樞心是為黃極黃極之距赤極即兩道相距之度其距黃道亦皆九十度是為黃緯而月與五星出入黃道之南北者悉於是而辨焉故凡南北圈過赤道極者必與赤道成直角而不能與黃道成直角其過黃道極者亦必與黃道成直角而不能與赤道成直角惟過黃赤兩

極之圈其過黄赤道也必當冬夏二至之度所以並成直角名為極至交圈又若赤道度為主而以黄道度準之則互形大小何也渾圓之體當腰之度最寛漸近兩端則漸狹距等圈之度也二至時黄道以腰度當赤道距等圈之度故黄道一度當赤道一度有餘二分時兩道雖皆腰度然赤道平而黄道斜故黄道一度當赤道一度不足也此所謂同升之差而七政升降之斜正伏見之先後皆由是而推焉至於地平經緯則以各人所居之天

頂為極蓋人所居之地不同故天頂各異而經緯從而變也地在天中體圓而小隨人所立凡目力所極適得大圓之一半則地雖圓而與平體無異故謂之地平乃諸曜出没之界晝夜晦明之交也地平亦分三百六十度四分之為四方（子午卯酉）各相距九十度二十四分之為二十四向各十五度是為地平經從經度出弧線上會於天頂並皆九十度（從地平下至天頂之衡亦九十度）是為地平緯又名高弧高弧從地平正午上會天頂者其全圜必過赤



道南北兩極名為子午圈乃諸曜出入地平適中之界而北極之高下晷影之長短中星之推移皆由是而測焉是故經緯相求黄赤互變因黄赤而求地平或因地平而求黄赤乃歷象之要務推測之所取準也

歲差

歲差者太陽每歲與恒星相距之分也如今年冬至太陽躔某宿度至明年冬至時不能復躔原宿度而有不及之分但其差甚微古人初未之覺至晉虞喜始知之因立歲差法歷代治歷者宗焉而所定之數各家不同喜以五十年差一度劉宋何承天以百年差一度祖冲之以四十五年差一度隋劉焯以七十五年差一度唐傅仁均以五十五年差一度僧一行以八十二年差一

度惟宋楊忠輔以六十七年差一度以周天三百六十度每度六十分每分六十秒約之得每年差五十二秒半元郭守敬因之較諸家為密今新法實測晷影驗之中星得七十年有餘而差一度每年差五十一秒此所差之數在古法為冬至西移之度新法為恒星東行之度徵之天象恒星原有動移則新法之理長也詳恒星歷理

欽定四庫全書薈要卷一萬七百六十七 子部

御製歷象考成上編卷二

弧三角形上

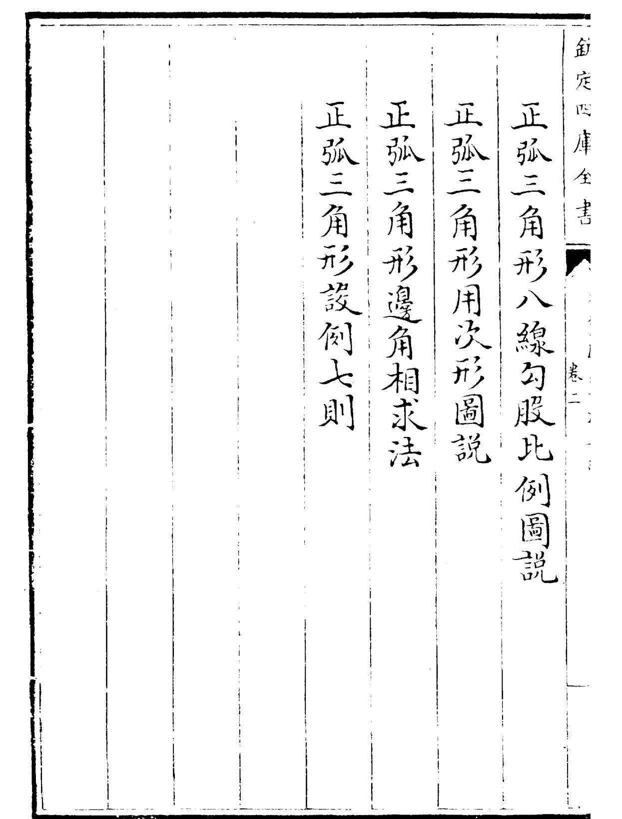
弧三角形總論

弧三角形綱領

弧三角形凡例

正弧三角形論

正弧三角形圖説

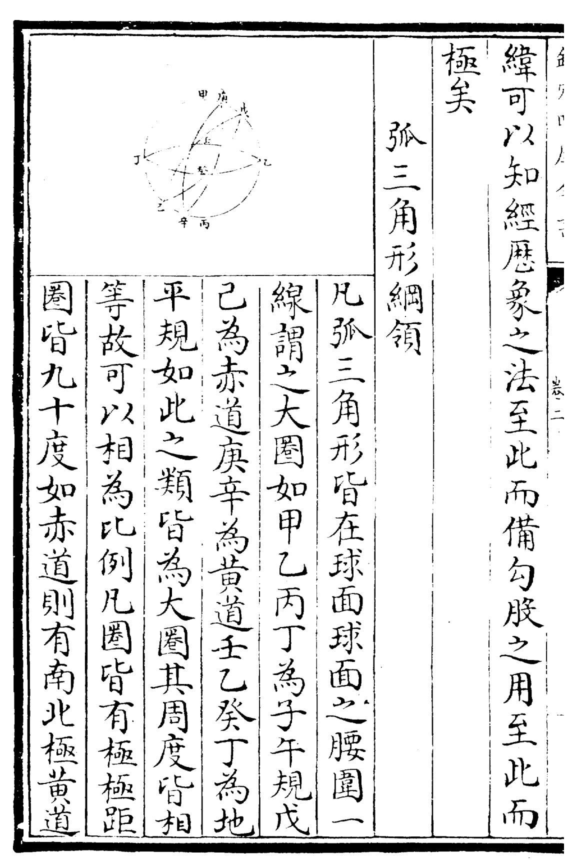


弧三角形總論

弧三角形者球面弧線所成也古歷家有黄赤相準之率大約就渾儀度之僅得大槩未能形諸算術惟元郭守敬以弧矢命算黄赤相求始有定率視古為密但其法用三乗方取數甚難自西人利瑪竇湯若望等翻譯歷書始有曲線三角形之法三弧度相交成三角形其三弧三角各有相應之八線弧與弧相交即線與線相遇而勾股比例生焉於是乎有黄道可以知赤道有赤道可以知黄道有經可以知緯有

緯可以知經歷象之法至此而備勾股之用至此而極矣

弧三角形綱領



凡弧三角形皆在球面球面之腰圍一線謂之大圈如甲乙丙丁為子午規戊己為赤道庚辛為黃道壬乙癸丁為地平規如此之類皆為大圈其周度皆相等故可以相為比例凡圈皆有極極距圈皆九十度如赤道則有南北極黃道

甲

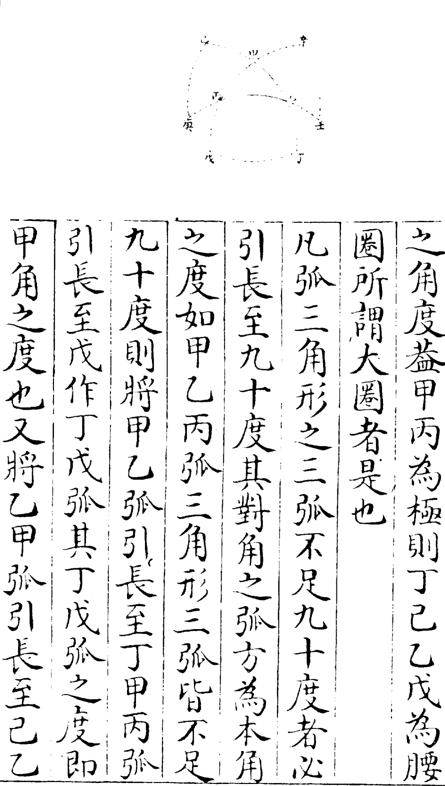
丁　極　丑　子　乙

丙

則有黃極若圈不相等則為距等圈如子丑二圈其四圍之距大圈皆相等而與大圈平行雖亦為三百六十度其分則小於大圈距大圈愈遠距極愈近則其圈愈小至極一點而止不能與大圈為比例故弧三角形之角度邊度皆大圈之度也

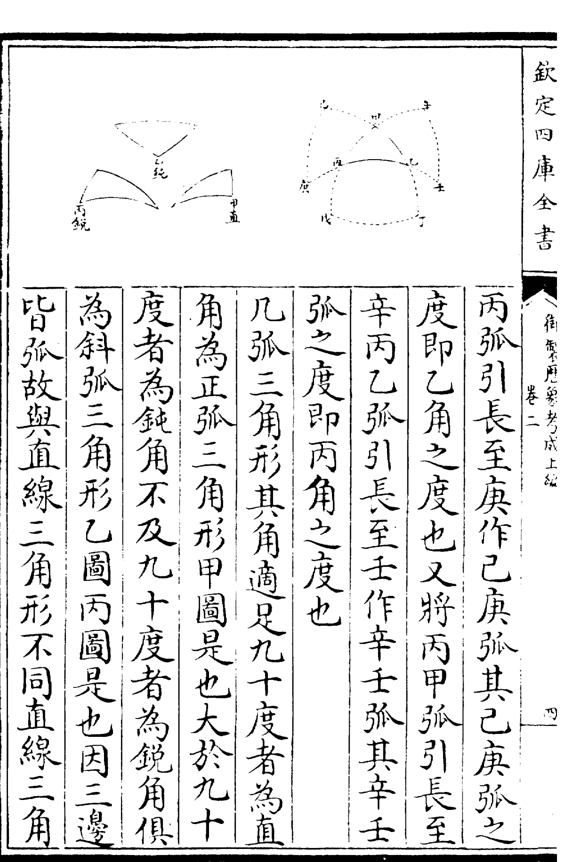
凡兩弧相交所成角相距皆半周一百八十度名其角度則必取其兩弧各足

象限九十度其對角之弧即為本角之度如甲乙丙丁為黄道甲戊丙己為赤道甲丙二處相交相距各半周一百八十度即如春秋分試於甲丙弧之各平分九十度處作丁己乙戊垂弧凡言垂弧皆曲線畫圖於平面不能顯出故作虛線以別之則丁己弧為甲丁己三角形之甲角度亦為丙丁己三角形之丙角度其乙戊弧為甲乙戊三角形之甲角度亦為丙乙戊三角形之



丙角度即如冬夏至之大距為春秋分之角度葢甲丙為極則丁己乙戊為腰圈所謂大圈者是也

凡弧三角形之三弧不足九十度者必引長至九十度其對角之弧方為本角之度如甲乙丙弧三角形三弧皆不足九十度則將甲乙弧引長至丁甲丙弧引長至戊作丁戊弧其丁戊弧之度即甲角之度也又將乙甲弧引長至己乙



丙弧引長至庚作己庚弧其己庚弧之度即乙角之度也又將丙甲弧引長至辛丙乙弧引長至壬作辛壬弧其辛壬弧之度即丙角之度也

凡弧三角形其角適足九十度者為直角為正弧三角形甲圖是也大於九十度者為鈍角不及九十度者為鋭角俱為斜弧三角形乙圖丙圖是也因三邊皆弧故與直線三角形不同直線三角

形有一直角或一鈍角餘二角必銳弧三角形則有一直角二銳角者如丁形有一直角二鈍角者如戊形有一直角一鈍角一銳角者如己形有二直角一銳角者如庚形有二直角一鈍角者如辛形有三角俱直者如壬形有一鈍角二銳角者如癸形有三角俱鈍者如子形有一銳角二鈍角者如丑形而弧三角之形勢大槩盡於此數端矣

弧三角形凡例

一直線三角形之三角相加成一百八十度弧三角形之三角相加最小者亦必大於一百八十度但不得滿五百四十度因其有三鈍角每一鈍角不得滿一百八十度故三鈍角不得滿五百四十度

一直線三角形知兩角即知其所餘一角弧三角形雖知兩角其餘一角非算不知

一直線三角形之邊小則咫尺大則千百萬里實有尺度之可量弧三角形之邊俱係弧度必在半周

一百八十度之内但合三邉不得滿三百六十度葢三百六十度則成全圜而不得成角矣

一直線三角形之八線惟用於角弧三角形之八線并用於邉角之八線與邉之八線相求仍以勾股為比例也

一直線三角形兩形之三邉各相等者為相等形兩形之三角各相等者為同式形弧三角形則但有相等形而無同式形葢以兩形之三角同其三邉必各相同也

一直線三角形可以三邊求角不可以三角求邊而弧三角形既可以三邊求角又可以三角求邊

一弧三角形三角三弧共六件知三件可求其餘理與直線三角形同

一正弧三角形除直角外二角三弧共五件知二件可求其餘理與直線三角形同

一斜弧三角形作垂弧分為兩正弧三角形與直線三角形作中垂線之理同

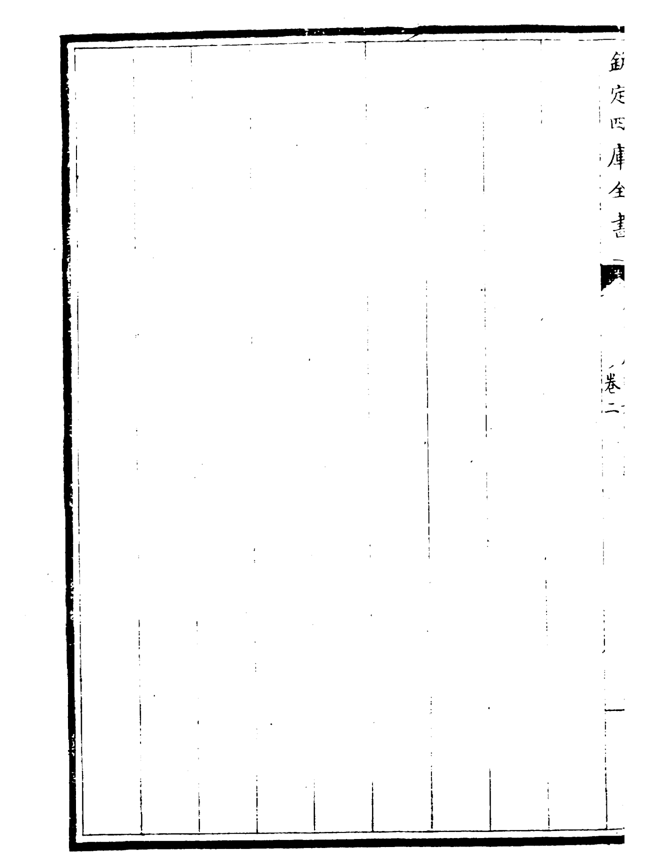
一弧三角形所知之三件有弧角相對者即用弧角

為比例理與直線三角形同

一正弧三角形弧角不相對者則用次形法

一斜弧三角形知三邊求角者用總較法知三角求邊者先用次形法將角易為邊邊易為角然後用總較法

一斜弧三角形知兩邊一角而角在兩邊之間者用總較法或用垂弧法知兩角一邊而邊在兩角之間者先用次形法將角易為邊邊易為角然後用總較法或用垂弧法



正弧三角形論

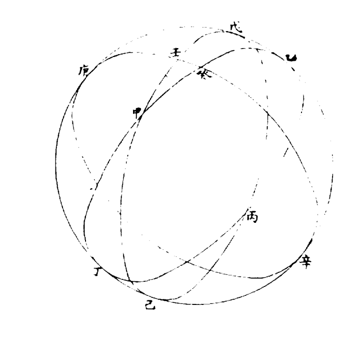
正弧三角形必有一直角者葢因南北二極為赤道之樞紐皆距赤道九十度故凡過南北二極經圈與赤道相交所成之角俱為直角其相當之弧皆九十度又凡有一圈即有兩極其過兩極經圈與本圈相交亦必為直角其所成三角形必皆為正弧三角形夫正弧三角形所知之三件弧角相對者用弧角之八線所成勾股為比例而弧角不相對者則用次形葢以弧角之八線所成勾股比例不生於本形而生

於次形而次形者乃以本形與象限相減之餘度所成故用本形之餘弦餘切即用次形之正弦正切也其法可易弧為角易角為弧若斜弧三角形可易大形為小形易大邊為小邊易鈍角成銳角邊與角雖不相對可易為相對且知三角即可以求邊其理實一以貫之也今以黄道赤道與過極經圈所成之三角形設例而正弧三角形比例推算之法無不統於是矣

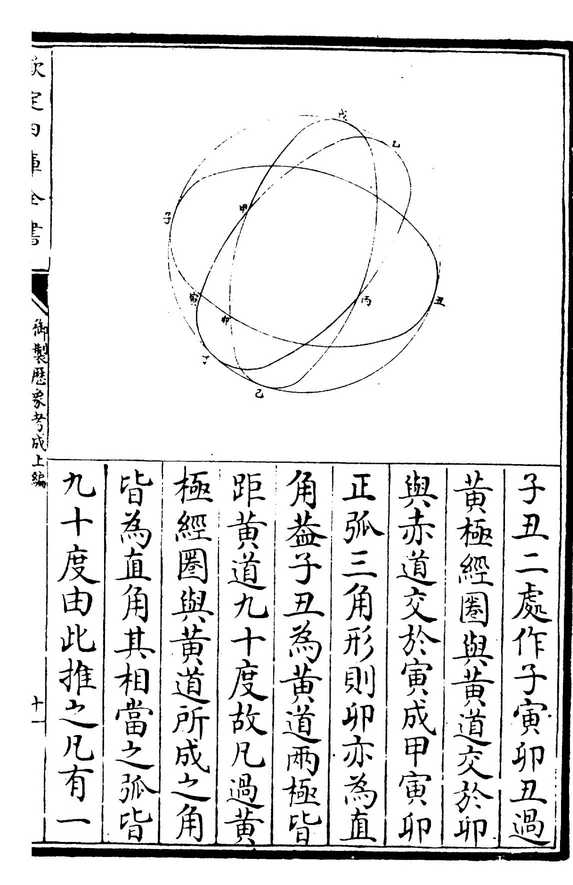
正弧三角形圖說 設黄赤大距二十三度三十分

如甲乙丙丁為赤道甲戊

丙己為黄道相交於甲丙甲為春分丙為秋分戊為夏至己為冬至庚為北極辛為南極庚戊乙辛己丁為二極二至交圈戊至乙己至丁俱二十三度三十分為黄赤大距今作庚壬癸辛為過南北二極經圈與黄道交於壬與赤道交



於癸成甲癸壬正弧三角形甲為黄道赤道交角當戊乙弧二十三度三十分癸為直角蓋庚辛二極即赤道之極皆距赤道九十度故凡過南北極經圈與赤道所成之角皆為直角其相當之弧皆九十度又如子丑為黄道兩極若從



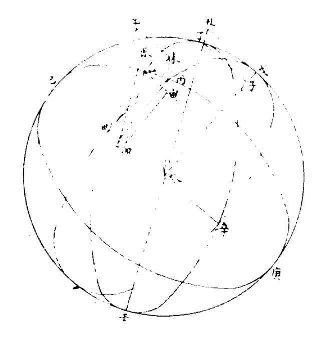
子丑二處作子寅卯丑過黄極經圈與黄道交於卯與赤道交於寅成甲寅卯正弧三角形則卯亦為直角蓋子丑為黄道兩極皆距黄道九十度故凡過黄極經圈與黄道所成之角皆為直角其相當之弧皆九十度由此推之凡有一

圈必有兩極其過兩極圈與本圈相交必為直角其所成三角形必皆為正弧三角形可知矣

正弧三角形八線勾股比例圖說設黃道四十五度

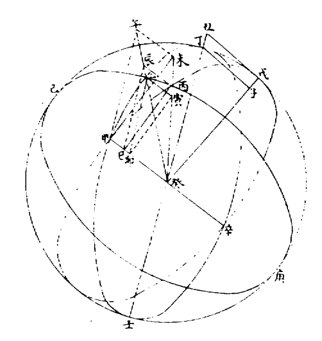
甲為黃道赤道交角甲乙為黃道四十五度甲丙為赤道同升度乙丙為黃赤距度成甲乙丙正弧三角

形甲丁甲戊皆象限丁戊為黃赤大距二十三度三十分即甲角度己為北極庚為南極己丁庚壬為二極二至交圈甲為春分丁為夏至辛為秋分壬為冬至癸為地心己乙丙庚為過南北二極經圈其甲乙丙三角形之八線各成相



當比例之勾股形丁子為甲角之正弦子癸為甲角之餘弦丑戊為甲角之正切丑癸為甲角之正割戊癸丁癸皆為半徑成丑戊癸及丁子癸同式兩勾股形乙寅為乙丙距緯弧之正弦乙卯為甲乙黄道弧之正弦將兩正弦之寅卯

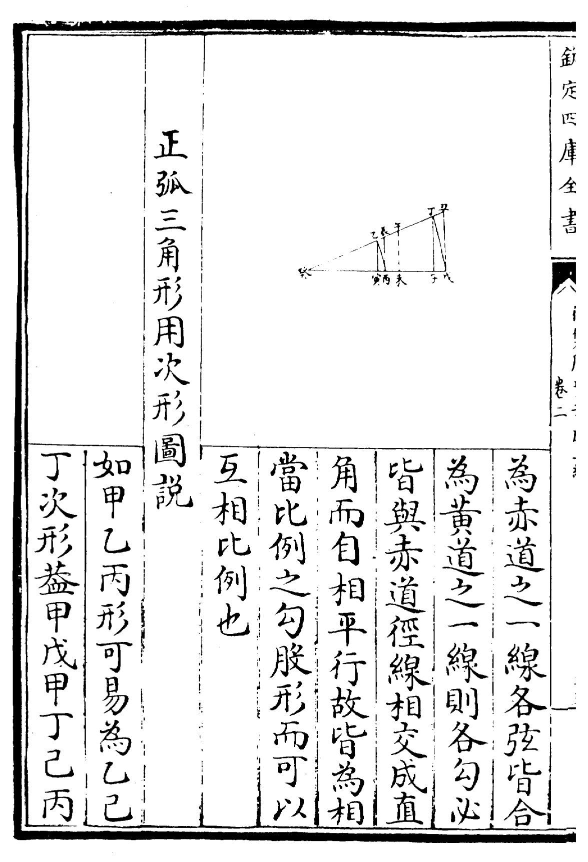
二處作虛線聯之成乙寅卯勾股形兩正弦之末立於各半徑寅卯二處而寅卯二處皆未抵於弧界故不得為正弦今以虛線聯之者為明勾股之理也辰丙為乙丙距緯弧之正切丙巳為甲丙赤道弧之正弦將正切正弦之辰巳二處作虛線聯之成辰丙巳勾股形午甲為甲乙黃道弧之



正切未甲為甲丙赤道弧之正切將兩正切之午未二處作虛線聯之成午未甲勾股形此三勾股形與前二勾股形皆為同式形夫甲癸辛原係一線如將甲癸辛平視之則甲癸辛合成一點而辛癸卯巳甲五角皆合為一角甲戊象

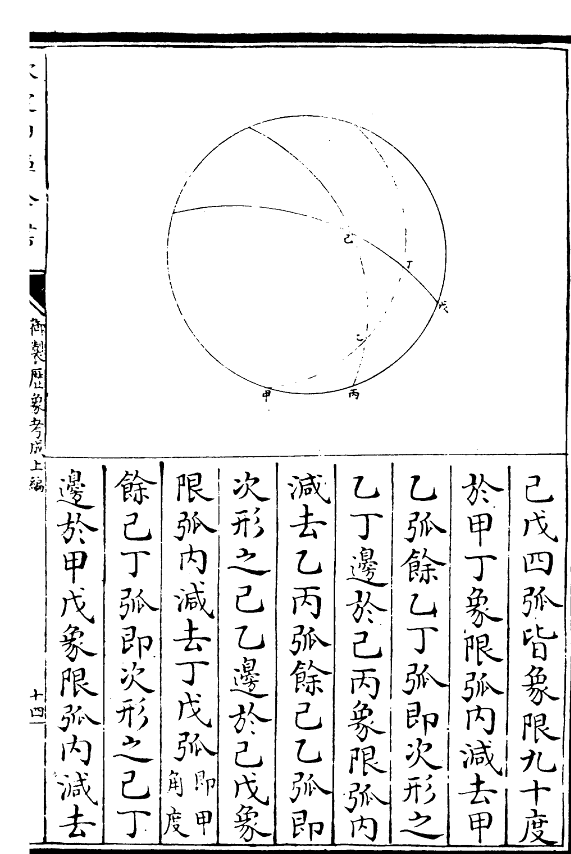
限亦成一直線而戊癸半徑寅卯聯線丙巳正弦未甲正切亦皆合為一線矣赤道既平置則黄道斜倚從辛視之甲丁象限亦成一直線而丁癸半徑乙卯正弦辰巳聯線午甲正切亦皆合為一線矣夫五勾股形既同角而各股皆合

為赤道之一線各弦皆合為黃道之一線則各勾必皆與赤道徑線相交成直角而自相平行故皆為相當比例之勾股形而可以互相比例也

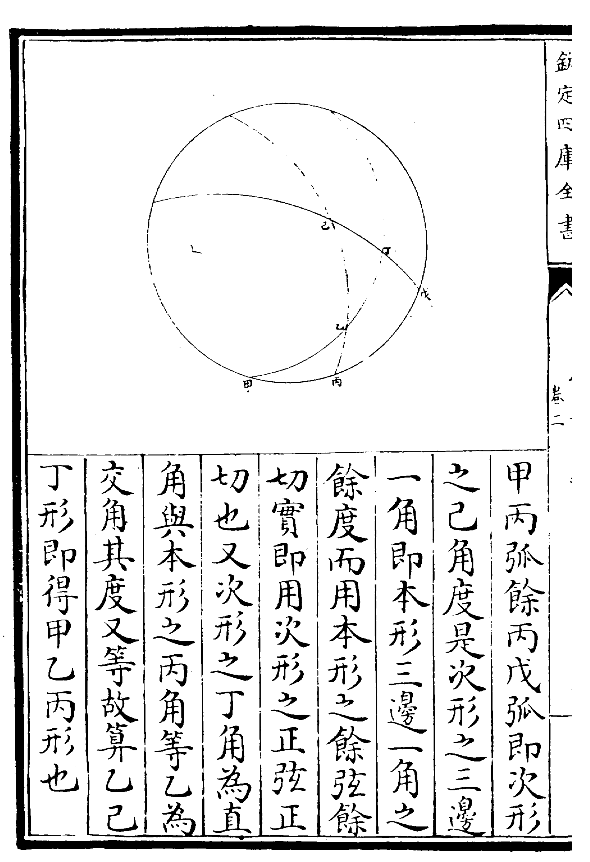


正弧三角形用次形圖說

如甲乙丙形可易為乙己丁次形蓋甲戊甲丁己丙

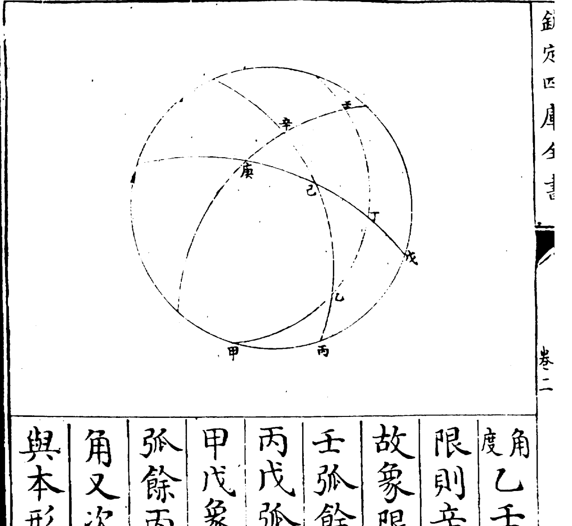


己戊四弧皆象限九十度於甲丁象限弧內減去甲乙弧餘乙丁弧即次形之乙丁邊於己丙象限弧內減去乙丙弧餘己乙弧即次形之己乙邊於己戊象限弧內減去丁戊弧即甲角度餘己丁弧即次形之己丁邊於甲戊象限弧內減去

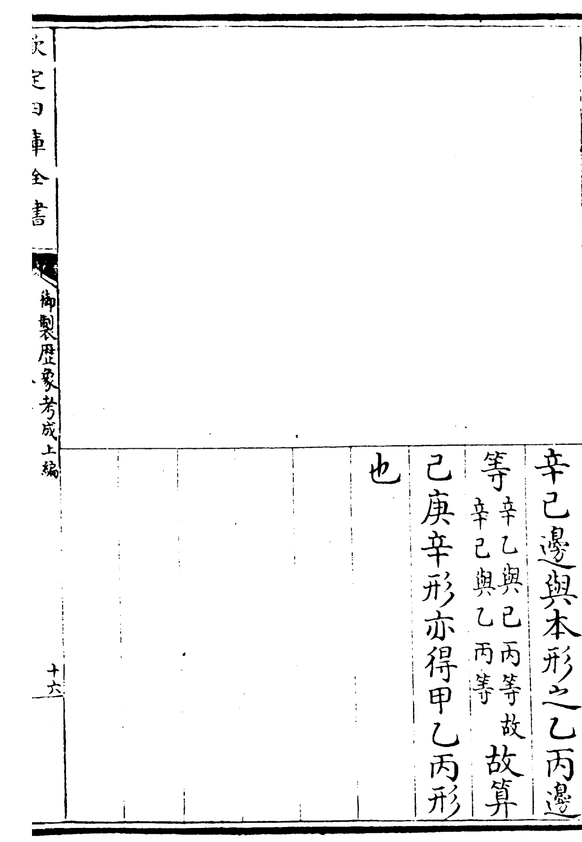


甲丙弧餘丙戊弧即次形之己角度是次形之三邊一角即本形三邊一角之餘度而用本形之餘弦餘切實即用次形之正弦正切也又次形之丁角為直角與本形之丙角等乙為交角其度又等故算乙己丁形即得甲乙丙形也

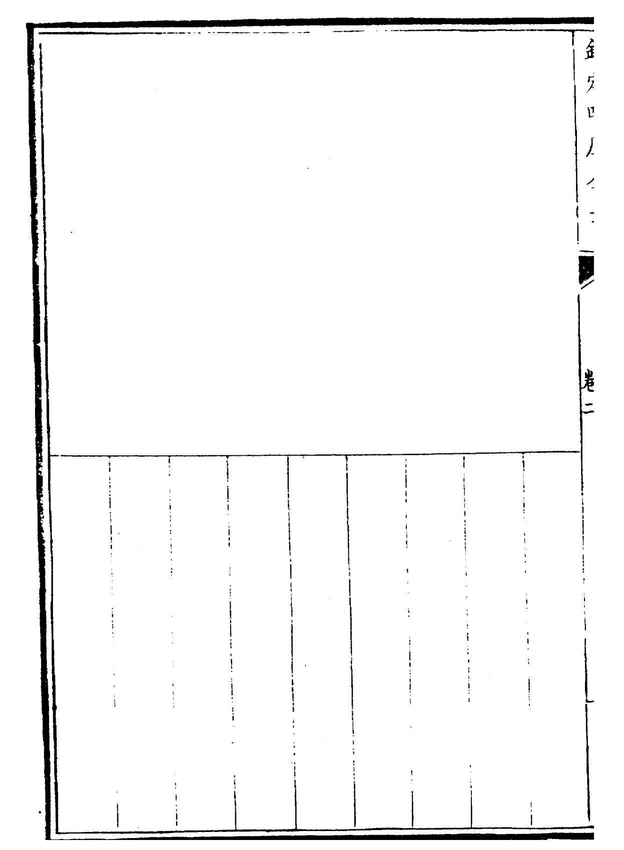
又甲乙丙形可易為己庚辛次形葢庚丁為象限弧與己戊等則庚己與丁戊等（丁戊即甲角度）故本形之甲角即次形之庚己邊乙辛壬庚乙壬皆為象限弧與甲丁等則壬丁即與甲乙等故本形之甲乙邊即次形之庚角（庚壬與庚丁俱象限故壬丁弧為庚



角度乙壬與乙辛既皆為象限則辛壬弧即乙角之度故象限內減去乙角之辛壬弧餘即次形之庚辛邊丙戊弧即己角之度故於甲戊象限弧內減去甲丙弧餘丙戊弧即次形之己角又次形之辛角為直角與本形之丙角等次形之



辛己邊與本形之乙丙邊等辛乙與己丙等故辛己與乙丙等故算己庚辛形亦得甲乙丙形也



正弧三角形邊角相求法

正弧三角形邊角相求錯綜變換共三十則用黃赤交角所生八線勾股比例者九用黃道交極圈角所生八線勾股比例者亦九用次形者十二依題比類列目於前按法循序設問於後以便觀覽

有直角有黃赤交角有黃道求距緯第一

有直角有黃赤交角有黃道求赤道并見第一

有直角有黃赤交角有黃道求黃道交極圈角并見第一

有直角有黄赤交角有赤道求距緯第二

有直角有黄赤交角有赤道求黄道并見第二

有直角有黄赤交角有赤道求黄道交極圈角并見第二

有直角有黄赤交角有距緯求黄道第三

有直角有黄赤交角有距緯求赤道并見第三

有直角有黄赤交角有距緯求黄道交極圈角并見第三

有直角有黄道有赤道求黄赤交角第四

有直角有黃道有赤道求距緯并見第四

有直角有黃道有赤道求黃道交極圈角并見第四

有直角有黃道有距緯求黃赤交角第五

有直角有黃道有距緯求赤道并見第五

有直角有黃道有距緯求黃道交極圈角并見第五

有直角有赤道有距緯求黃赤交角第六

有直角有赤道有距緯求黃道并見第六

有直角有赤道有距緯求黃道交極圈角并見第六

有直角有黃道交極圈角有黃道求赤道與第一之

理同

有直角有黃道交極圈角有黃道求距緯與第一之

理同

有直角有黃道交極圈角有黃道求黃赤交角

與第一之理同

有直角有黃道交極圈角有距緯求赤道與第二之

理同

有直角有黃道交極圈角有距緯求黃道與第二之

理同

有直角有黃道交極圈角有距緯求黃赤交角與第二之理同

有直角有黃道交極圈角有赤道求黃道與第三之理同

有直角有黃道交極圈角有赤道求距緯與第三之理同

有直角有黃道交極圈角有赤道求黃赤交角與第三之理同

有直角有黃赤交角有黃道交極圈角求黃道

第七

有直角有黃赤交角有黃道交極圈角求赤道并見第七

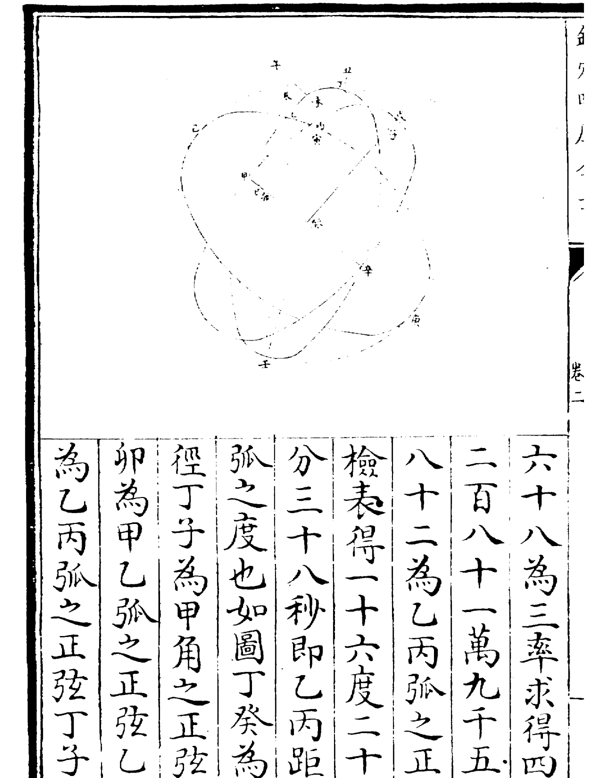
有直角有黃赤交角有黃道交極圈角求距緯并見第七

設如黃赤交角二十三度三十分黃道弧四十五度求距緯度及赤道度併黃道交極圈角各幾何第一

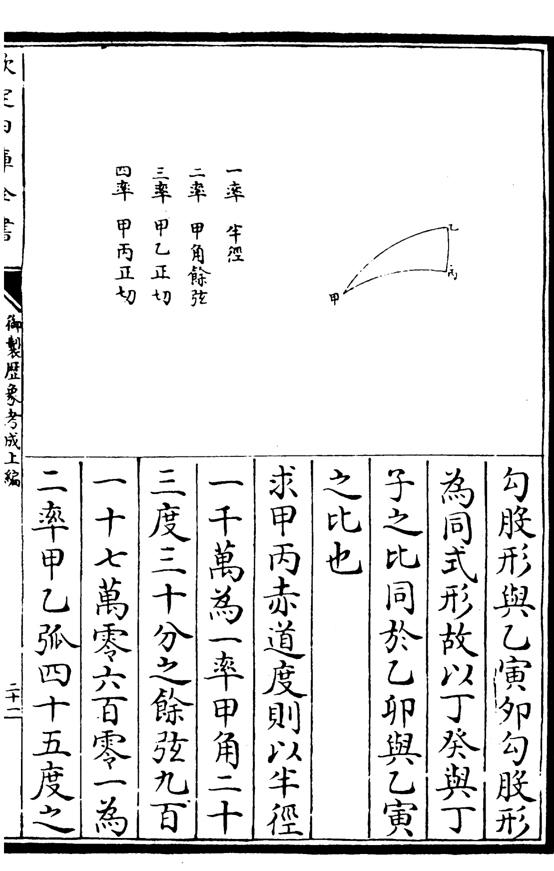
甲乙丙正弧三角形甲為黃赤交角丙為直角甲乙

一率　丙角正弦
二率　甲角正弦
三率　甲乙正弦
四率　乙丙正弦

為黃道弧求乙丙距緯弧則以丙直角為對所知之角其正弦即半徑一千萬為一率甲角二十三度三十分為對所求之角其正弦三百九十八萬七千四百九十一為二率甲乙弧四十五度為所知之邊其正弦七百零七萬一千零

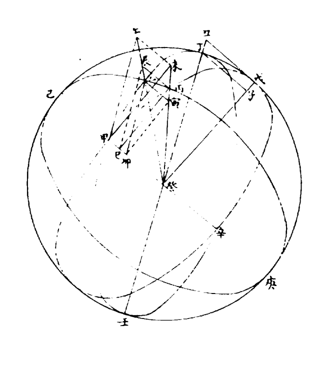


六十八為三率求得四率二百八十一萬九千五百八十二為乙丙弧之正弦檢表得一十六度二十二分三十八秒即乙丙距緯弧之度也如圖丁癸為半徑丁子為甲角之正弦乙卯為甲乙弧之正弦乙寅為乙丙弧之正弦丁子癸



勾股形與乙寅夘勾股形為同式形故以丁癸與丁子之比同於乙夘與乙寅之比也

求甲丙赤道度則以半徑一千萬為一率甲角二十三度三十分之餘弦九百一十七萬零六百零一為二率甲乙弧四十五度之



正切一千萬為三率仍得四率九百一十七萬零六百零一為甲丙弧之正切檢表得四十二度三十一分二十二秒即甲丙赤道弧之度也如圖丁癸為半徑子癸為甲角之餘弦午甲為甲乙弧之正切未甲為甲丙弧之正切丁子癸

一率　甲乙餘弦
二率　甲角餘切
三率　半徑
四率　乙角正切

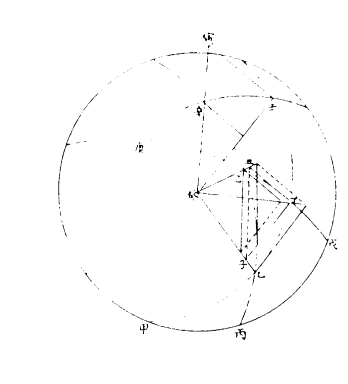
甲　乙　丙

勾股形與午未甲勾股形為同式形故以丁癸與子癸之比同於午甲與未甲之比也

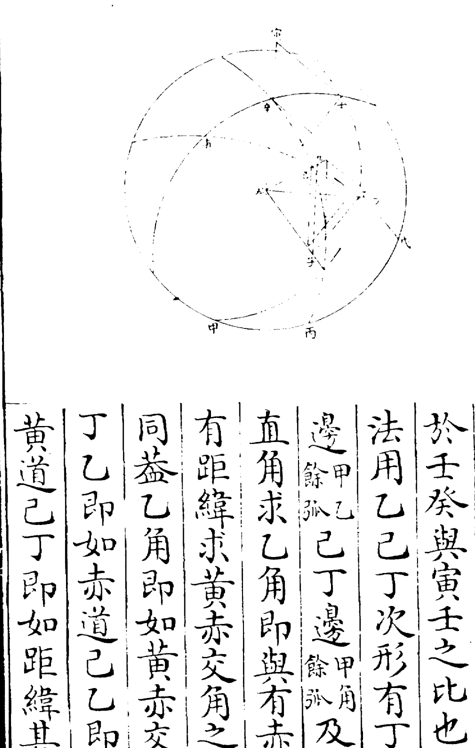
求黄道交極圈之乙角則用次形法以甲乙弧四十五度之餘弦七百零七萬一千零六十八為一率甲角二十三度三十分之餘

一率　甲乙餘弦
二率　甲角餘切
三率　半徑
四率　乙角正切

切二千二百九十九萬八千四百二十五為二率半徑一千萬為三率求得四率三千二百五十二萬四千六百八十三為乙角之正切檢表得七十二度五十四分三十四秒即黄道交極圏之乙角度也如圖甲乙丙正弧三角形之次



形為乙己丁益甲乙弧之餘弦即乙己丁次形之丁乙弧之正弦為丁子而甲角之餘切即乙己丁次形之己丁弧之正切為丑丁又乙角之正切亦即乙己丁次形之乙角之正切為寅壬而丑丁子勾股形與寅壬癸勾股形為同式形



故以丁子與丑丁之比同於壬癸與寅壬之比也此法用乙己丁次形有丁乙邊（甲乙餘弧）己丁邊（甲角餘弧）及丁直角求乙角即與有赤道有距緯求黃赤交角之理同簽乙角即如黃赤交角丁乙即如赤道己乙即如黃道己丁即如距緯其八

設如黄赤交角二十三度三十分赤道弧四十二度三十一分二十二秒求距緯度及黄道度併黄道交極圈角各幾何第二

甲
乙
丙

線所成之勾股皆由乙角而生故其相當之比例皆同也

甲乙丙正弧三角形甲為黄赤交角丙為直角甲丙為赤道弧求乙丙距緯弧

一率　半徑
二率　甲角正切
三率　甲丙正弦
四率　乙丙正切

則以半徑一千萬為一率甲角二十三度三十分之正切四百三十四萬八千一百二十四為二率甲丙弧四十二度三十一分二十二秒之正弦六百七十五萬八千八百二十一為三率求得四率二百九十三萬八千八百一十九為

乙丙弧之正切檢表得一十六度二十二分三十八秒即乙丙距緯弧之度也

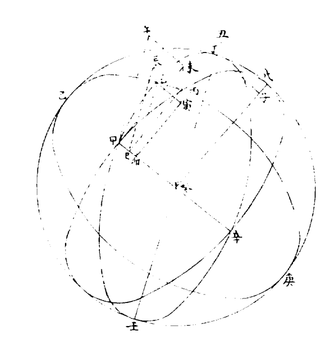
如圖戊癸為半徑丑戊為甲角之正切丙巳為甲丙弧之正弦辰丙為乙丙弧之正切丑戊癸勾股形與辰丙巳勾股形為同式形故以戊癸與丑戊之比同

一率 甲角餘弦
二率 半徑
三率 甲丙正切
四率 甲乙正切

乙
丙
甲

於丙巳與辰丙之比也

求甲乙黃道度則以甲角二十三度三十分之餘弦九百一十七萬零六百零一為一率半徑一千萬為二率甲丙弧四十二度三十一分二十二秒之正切九百一十七萬零六百零一為三率仍得四率一千

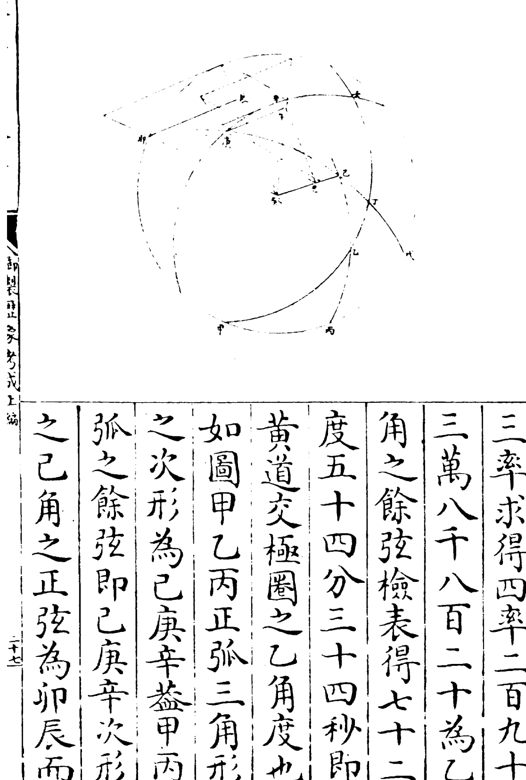


萬為甲乙弧之正切檢表得四十五度即甲乙黃道弧之度也如圖子癸為甲角之餘弦丁癸為半徑未甲為甲丙弧之正切午甲為甲乙弧之正切丁子癸勾股形與午未甲勾股形為同式形故以子癸與丁癸之比同於未甲與午甲

一率　半徑
二率　甲丙餘弦
三率　甲角正弦
四率　乙角餘弦

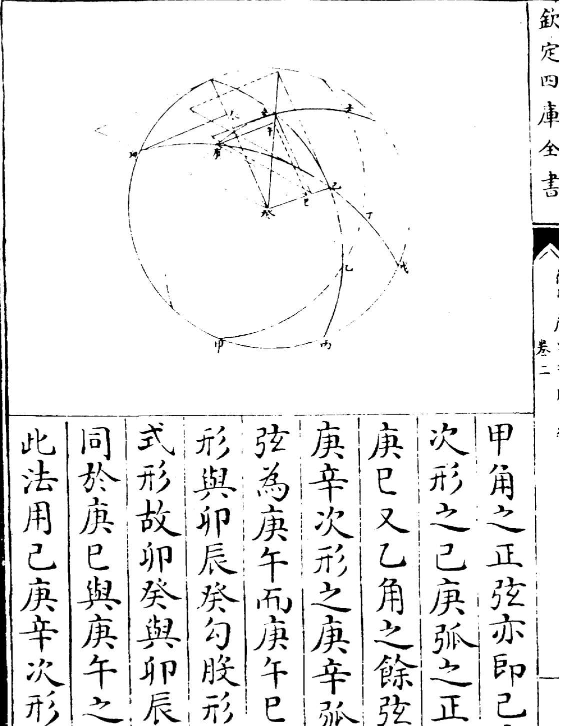
之比也

求黃道交極圈之乙角則用次形法以半徑一千萬為一率甲丙弧四十二度三十一分二十二秒之餘弦七百三十七萬零九十八為二率甲角二十三度三十分之正弦三百九十八萬七千四百九十一為

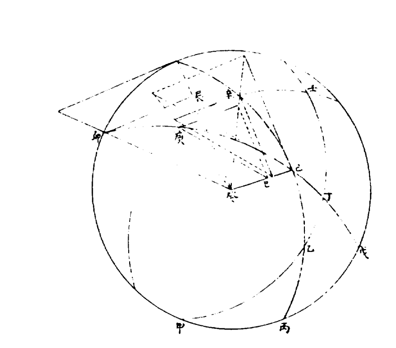


三率求得四率二百九十三萬八千八百二十為乙角之餘弦檢表得七十二度五十四分三十四秒即黃道交極圈之乙角度也

如圖甲乙丙正弧三角形之次形為己庚辛蓋甲丙弧之餘弦即己庚辛次形之己角之正弦為卯辰而



甲角之正弦亦即己庚辛次形之己庚弧之正弦為庚巳又乙角之餘弦即己庚辛次形之庚辛弧之正弦為庚午而庚午巳勾股形與卯辰癸勾股形為同式形故卯癸與卯辰之比同於庚巳與庚午之比也此法用己庚辛次形有己



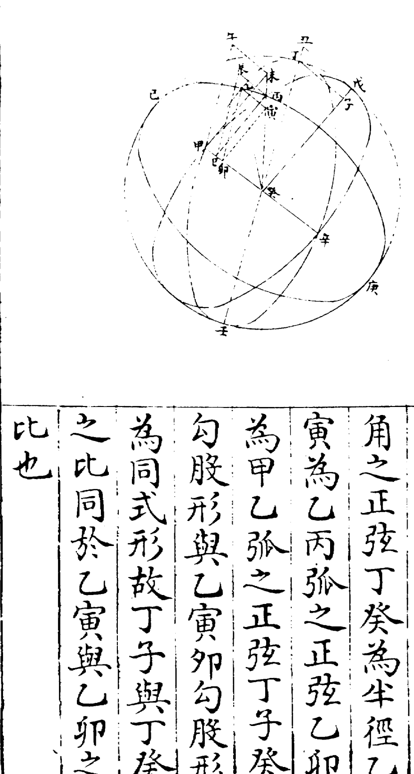
角甲丙餘弧己庚邊與甲角等及辛直角求庚辛邊乙角餘弧即與有黄赤交角有黄道求距緯之理同葢己角即如黄赤交角己庚即如黄道己辛即如赤道庚辛即如距緯其八線所成之勾股皆由己角而生故其相當之比例皆同也

設如黃赤交角二十三度三十分距緯弧一十六度二十二分三十八秒求黃道度及赤道度併黃道交極圈角各幾何第三

甲乙丙正弧三角形甲為黃赤交角丙為直角乙丙為距緯弧求甲乙黃道弧則以甲角二十三度三十分為對所知之角其正弦三百九十八萬七千四百

一率　甲角正弦
二率　丙角正弦
三率　乙丙正弦
四率　甲乙正弦

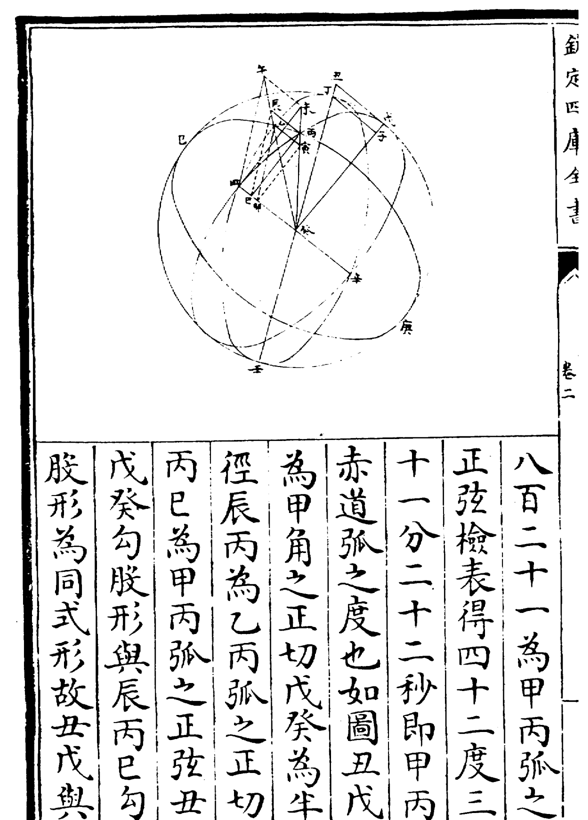
九十一為一率丙直角為對所求之角其正弦即半徑一千萬為二率乙丙弧一十六度二十二分三十八秒為所知之邊其正弦二百八十一萬九千五百八十二為三率求得四率七百零七萬一千零六十八為甲乙弧之正弦檢表



得四十五度即甲乙黃道弧之度也如圖丁子為甲角之正弦丁癸為半徑乙寅為乙丙弧之正弦乙卯為甲乙弧之正弦丁子癸勾股形與乙寅卯勾股形為同式形故丁子與丁癸之比同於乙寅與乙卯之比也

一率　甲角正切
二率　半徑
三率　乙丙正切
四率　甲丙正弦

求甲丙赤道度則以甲角二十三度三十分之正切四百三十四萬八千一百二十四為一率半徑一千萬為二率乙丙弧一十六度二十二分三十八秒之正切二百九十三萬八千八百一十九為三率求得四率六百七十五萬八千



八百二十一為甲丙弧之正弦檢表得四十二度三十一分二十二秒即甲丙赤道弧之度也如圖丑戊為甲角之正切戊癸為半徑辰丙為乙丙弧之正切丙巳為甲丙弧之正弦丑戊癸勾股形與辰丙巳勾股形為同式形故丑戊與

甲
乙
丙

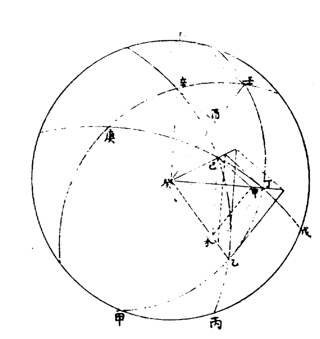
一率　乙丙餘弦
二率　甲角餘弦
三率　半徑
四率　乙角正弦

戊癸之比同於辰丙與丙巳之比也

求黃道交極圈之乙角則用次形法以乙丙弧一十六度二十二分三十八秒之餘弦九百五十九萬四千二百六十七為一率甲角二十三度三十分之餘弦九百一十七萬零六百

一率　乙丙餘弦
二率　甲角餘弦
三率　半徑
四率　乙角正弦

零一為二率半徑一千萬為三率求得四率九百五十五萬八千四百一十七為乙角之正弦檢表得七十二度五十四分三十四秒即黃道交極圈之乙角度也如圖甲乙丙正弧三角形之次形為乙己丁𨺚乙丙弧之餘弦即乙己丁



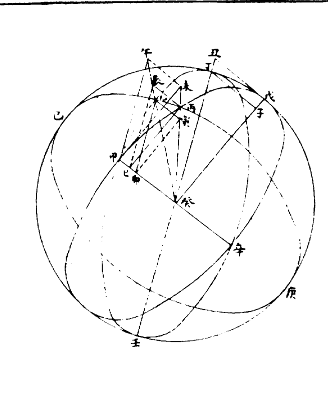
次形之己乙弧之正弦為己未而甲角之餘弦即乙己丁次形之己丁弧之正弦為己申又乙角之正弦亦即乙己丁次形之乙角之正弦為辛酉而己申未勾股形與辛酉癸勾股形為同式形故己未與己申之比同於辛癸與辛酉之

比也

設如黃道弧四十五度赤道弧四十二度三十一分二十二秒求黃赤交角及距緯度併黃道交極圈角各幾何 第四

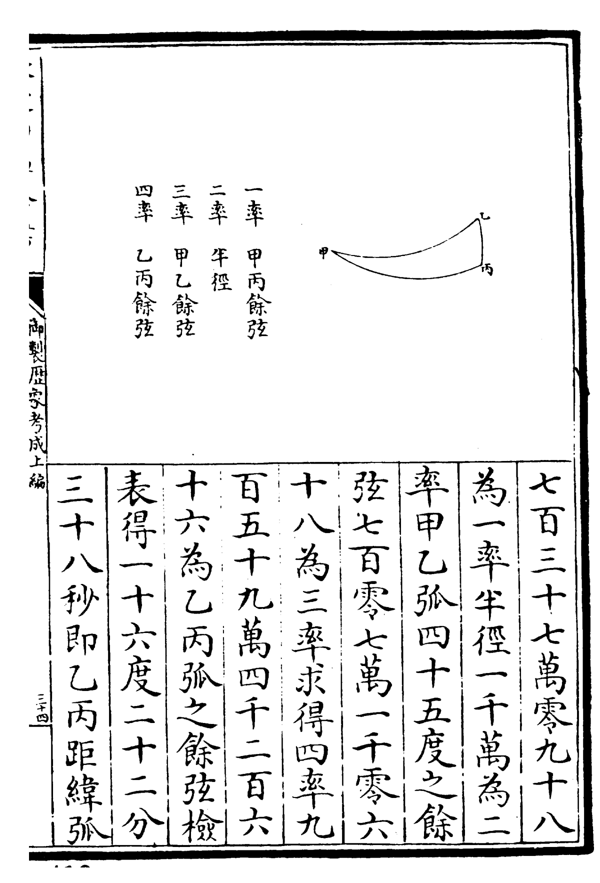
甲乙丙正弧三角形丙為直角甲乙為黃道弧甲丙為赤道弧求黃赤相交之甲角則以甲乙弧四十五度之正切一千萬為一率

甲丙弧四十二度三十一分二十二秒之正切九百一十七萬零六百零一為二率半徑一千萬為三率仍得四率九百一十七萬零六百零一為甲角之餘弦檢表得二十三度三十分即黃赤相交之甲角度也如圖午甲為甲乙弧之

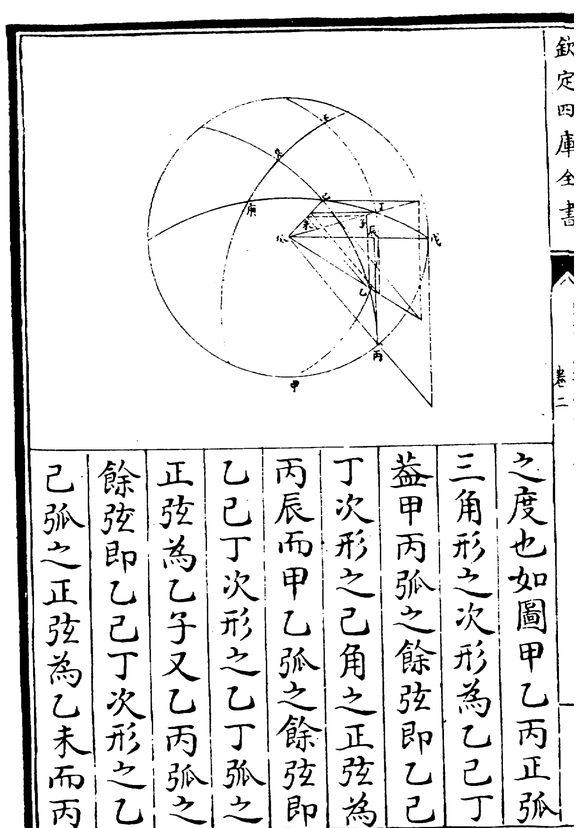


正切未甲為甲丙弧之正切丁癸為半徑子癸為甲角之餘弦午未甲勾股形與丁子癸勾股形為同式形故午甲與未甲之比同於丁癸與子癸之比也

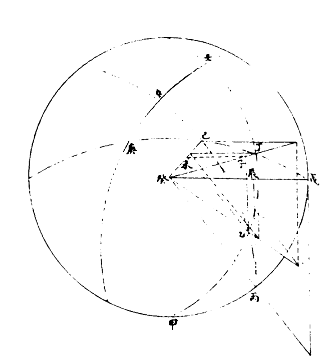
求乙丙距緯度則用次形法以甲丙弧四十二度三十一分二十二秒之餘弦



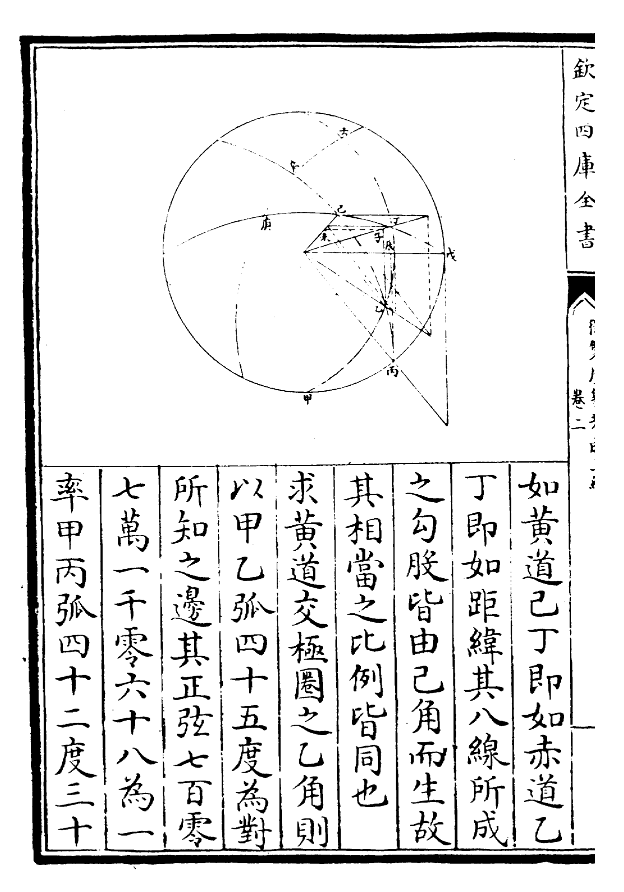
七百三十七萬零九十八為一率半徑一千萬為二率甲乙弧四十五度之餘弦七百零七萬一千零六十八為三率求得四率九百五十九萬四千二百六十六為乙丙弧之餘弦檢表得一十六度二十二分三十八秒即乙丙距緯弧



之度也如圖甲乙丙正弧三角形之次形為乙己丁葢甲丙弧之餘弦即乙己丁次形之己角之正弦為丙辰而甲乙弧之餘弦即乙己丁次形之乙丁弧之正弦為乙子又乙丙弧之餘弦即乙己丁次形之乙己弧之正弦為乙未而丙



辰癸勾股形與乙子未勾股形為同式形故丙辰與丙癸之比同於乙子與乙未之比也此法用乙己丁次形有己角甲丙餘弧乙丁邊甲乙餘弧及丁直角求乙己邊乙丙餘弧即與有黃赤交角有距緯求黃道之理同蓋己角即如黃赤交角己乙即

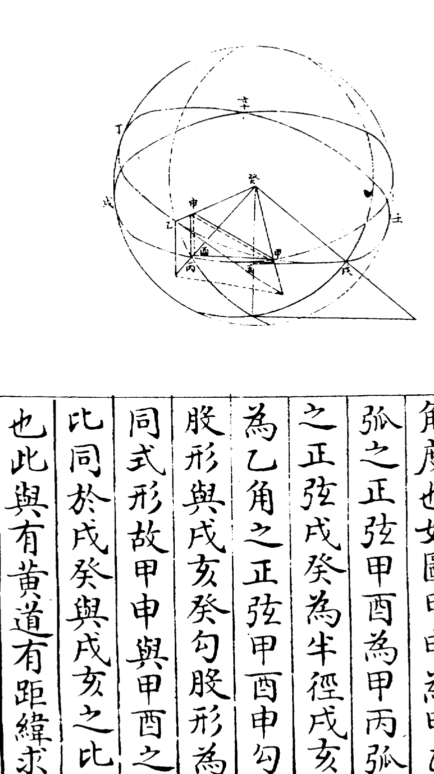


如黄道己丁即如赤道乙丁即如距緯其八線所成之勾股皆由己角而生故其相當之比例皆同也

求黄道交極圈之乙角則以甲乙弧四十五度為對所知之邊其正弦七百零七萬一千零六十八為一率甲丙弧四十二度三十

一率　甲乙正弦
二率　甲丙正弦
三率　丙角正弦
四率　乙角正弦

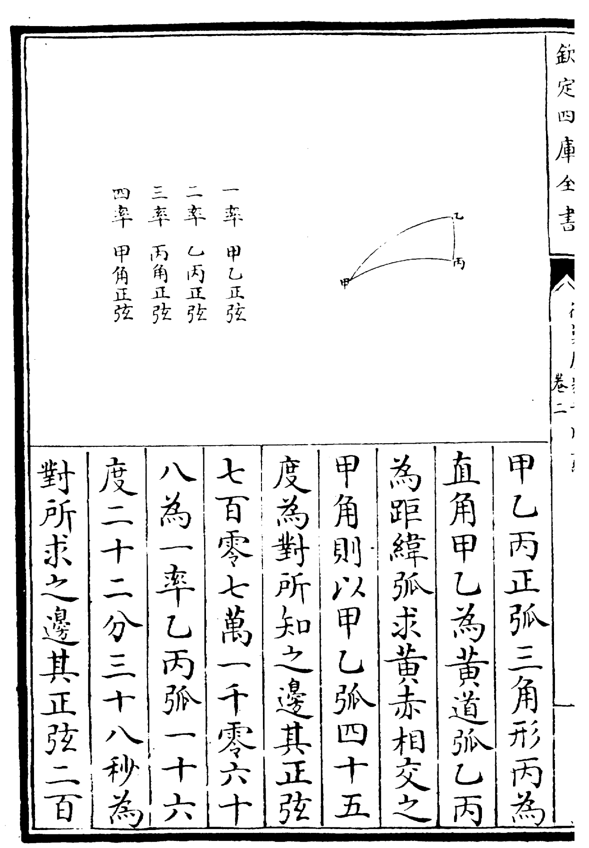
一分二十二秒為對所求之邊其正弦六百七十五萬八千八百二十一為二率丙直角九十度為所知之角其正弦即半徑一千萬為三率求得四率九百五十五萬八千四百一十六為乙角之正弦檢表得七十二度五十四分三十



四秒即黃道交極圈之乙角度也如圖甲申為甲乙弧之正弦甲酉為甲丙弧之正弦戌癸為半徑戌亥為乙角之正弦甲酉申勾股形與戌亥癸勾股形為同式形故甲申與甲酉之比同於戌癸與戌亥之比也此與有黃道有距緯求

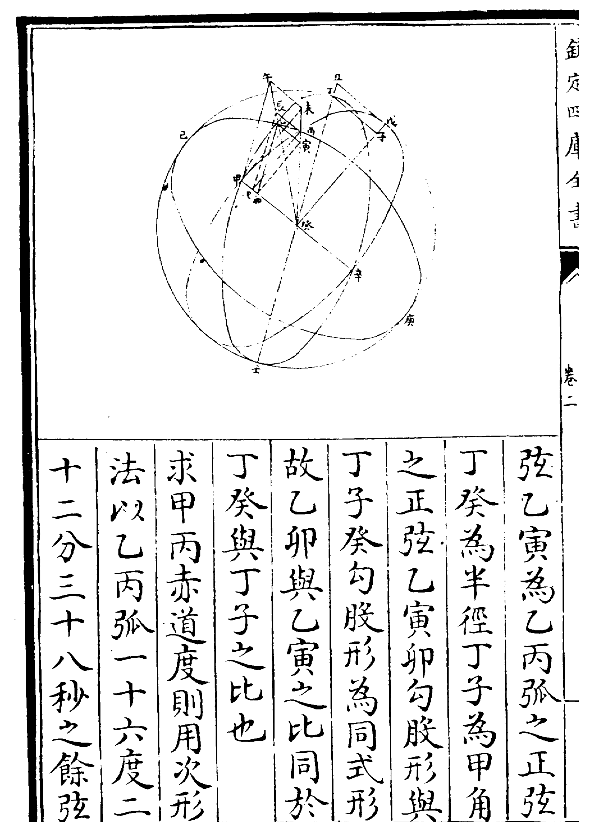
黃赤交角之理同蓋乙角即如黃赤交角甲乙為黃道乙丙即如赤道甲丙即如距緯其八線所成之勾股皆由乙角而生故其相當之比例皆同也

設如黃道弧四十五度距緯弧一十六度二十二分三十八秒求黃赤交角及赤道度併黃道交極圈角各幾何第五



甲乙丙正弧三角形丙為直角甲乙為黄道弧乙丙為距緯弧求黄赤相交之甲角則以甲乙弧四十五度為對所知之邊其正弦七百零七萬一千零六十八為一率乙丙弧一十六度二十二分三十八秒為對所求之邊其正弦二百

八十一萬九千五百八十二為二率丙直角九十度為所知之角其正弦即半徑一千萬為三率求得四率三百九十八萬七千四百九十一為甲角之正弦檢表得二十三度三十分即黄赤相交之甲角度也如圖乙卯為甲乙弧之正

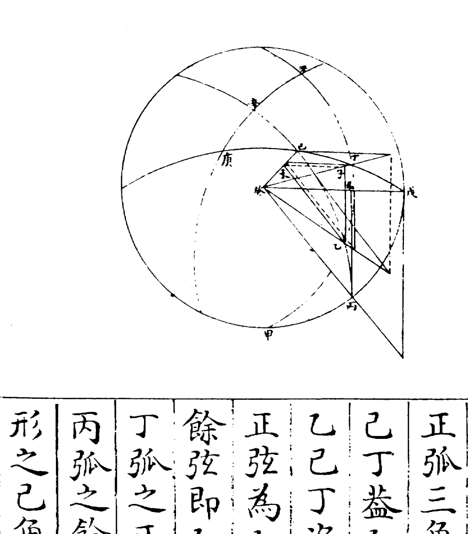


弦乙寅為乙丙弧之正弦丁癸為半徑丁子為甲角之正弦乙寅卯勾股形與丁子癸勾股形為同式形故乙卯與乙寅之比同於丁癸與丁子之比也

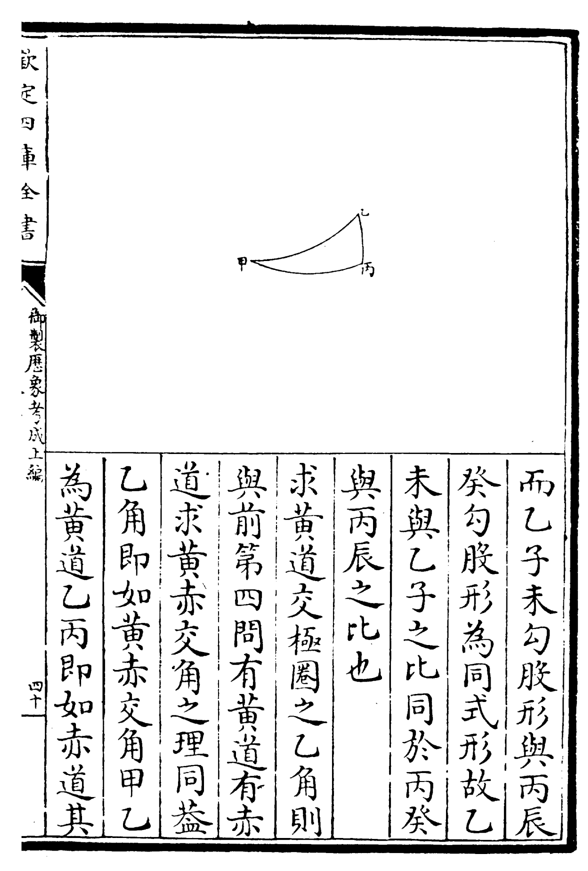
求甲丙赤道度則用次形法以乙丙弧一十六度二十二分三十八秒之餘弦

一率　乙丙餘弦
二率　甲乙餘弦
三率　半徑
四率　甲丙餘弦

九百五十九萬四千二百六十七為一率甲乙弧四十五度之餘弦七百零七萬一千零六十八為二率半徑一千萬為三率求得四率七百三十七萬零一百一十三為甲丙弧之餘弦檢表得四十二度三十一分二十二秒即甲丙赤



道弧之度也如圖甲乙丙正弧三角形之次形為乙己丁葢乙丙弧之餘弦即乙己丁次形之乙己弧之正弦為乙未而甲乙弧之餘弦即乙己丁次形之乙丁弧之正弦為乙子又甲丙弧之餘弦即乙己丁次形之己角之正弦為丙辰

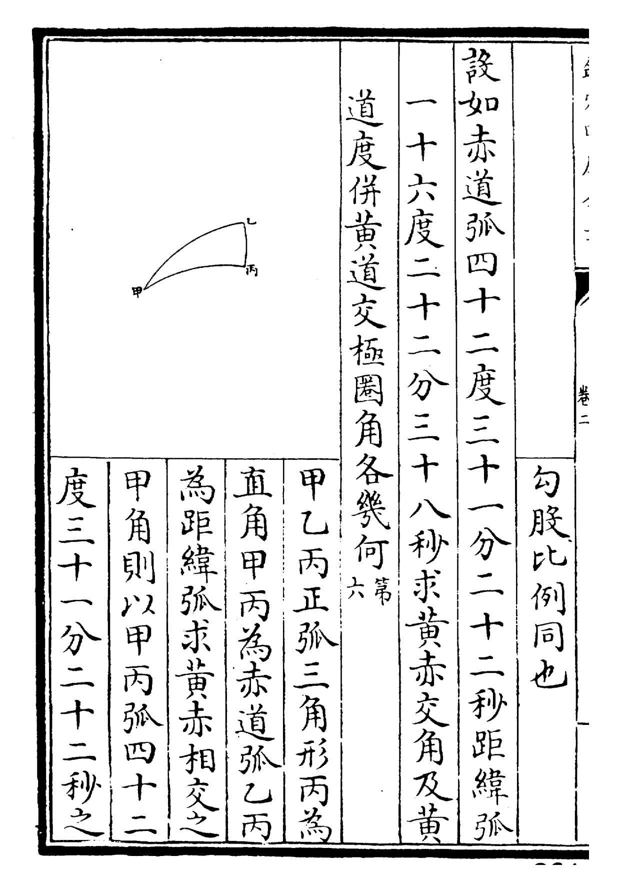


而乙子未勾股形與丙辰癸勾股形為同式形故乙未與乙子之比同於丙癸與丙辰之比也

求黄道交極圈之乙角則與前第四問有黄道有赤道求黄赤交角之理同葢乙角即如黄赤交角甲乙為黄道乙丙即如赤道其

勾股比例同也

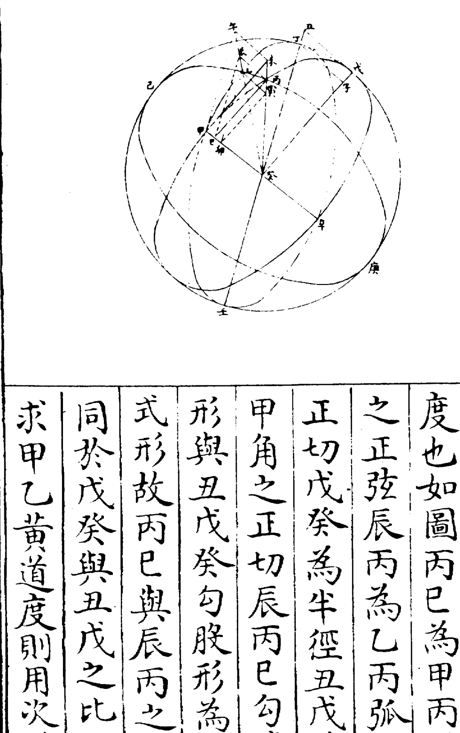
設如赤道弧四十二度三十一分二十二秒距緯弧一十六度二十二分三十八秒求黄赤交角及黄道度併黄道交極圈角各幾何 第六



甲乙丙正弧三角形丙為直角甲丙為赤道弧乙丙為距緯弧求黄赤相交之甲角則以甲丙弧四十二度三十一分二十二秒之

一率 甲丙正弦
二率 乙丙正切
三率 半徑
四率 甲角正切

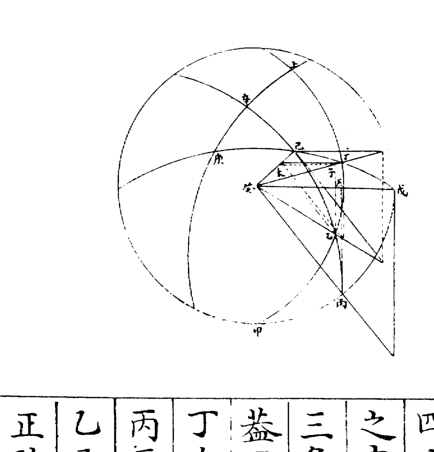
正弦六百七十五萬八千八百二十一為一率乙丙弧一十六度二十二分三十八秒之正切二百九十三萬八千八百一十九為二率半徑一千萬為三率求得四率四百三十四萬八千一百零九為甲角之正切檢表得二十三度三



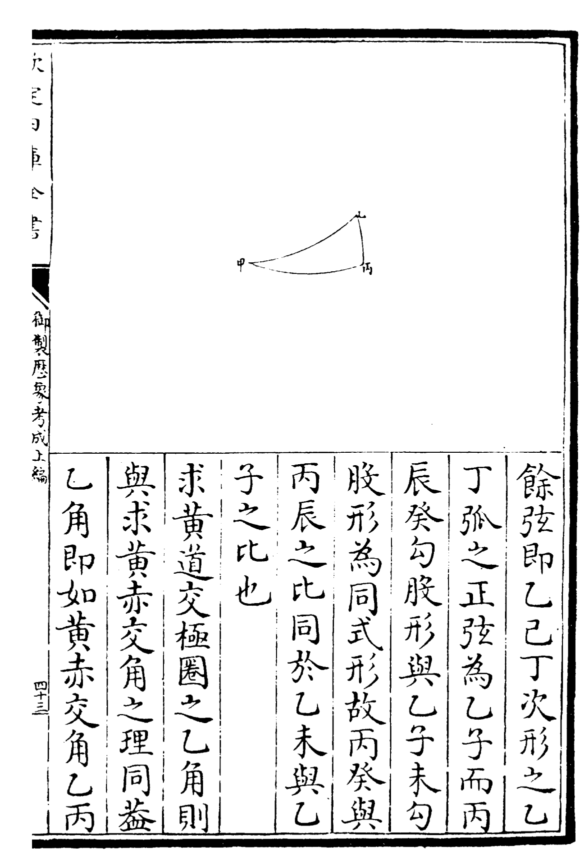
十分即黄赤相交之甲角度也如圖丙巳為甲丙弧之正弦辰丙為乙丙弧之正切戊癸為半徑丑戊為甲角之正切辰丙巳勾股形與丑戊癸勾股形為同式形故丙巳與辰丙之比同於戊癸與丑戊之比也求甲乙黄道度則用次形

一率　半徑
二率　甲丙餘弦
三率　乙丙餘弦
四率　甲乙餘弦

法以半徑一千萬為一率甲丙弧四十二度三十一分二十二秒之餘弦七百三十七萬零九十八為二率乙丙弧一十六度二十二分三十八秒之餘弦九百五十九萬四千二百六十七為三率求得四率七百零七萬一千零六十八



為甲乙弧之餘弦檢表得四十五度即甲乙黄道弧之度也如圖甲乙丙正弧三角形之次形為乙己丁葢甲丙弧之餘弦即乙己丁次形之己角之正弦為丙辰而乙丙弧之餘弦即乙己丁次形之乙己弧之正弦為乙未又甲乙弧之

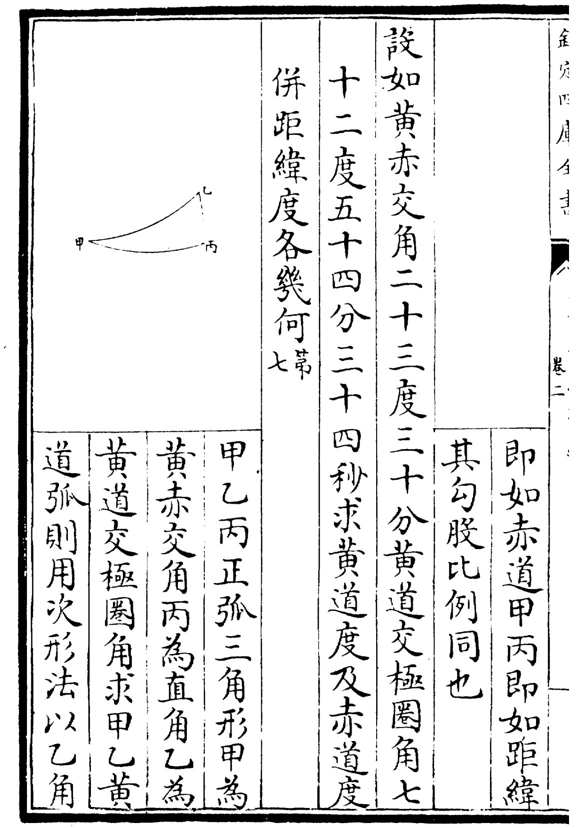


餘弦即乙己丁次形之乙丁弧之正弦為乙子而丙辰癸勾股形與乙子未勾股形為同式形故丙癸與丙辰之比同於乙未與乙子之比也

求黃道交極圈之乙角則與求黃赤交角之理同葢乙角即如黃赤交角乙丙

即如赤道甲丙即如距緯其勾股比例同也

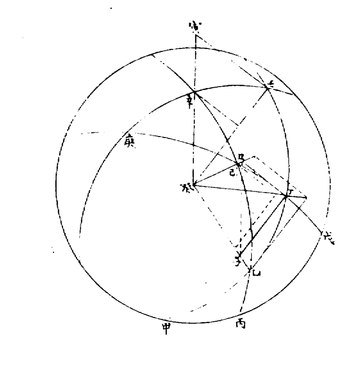
設如黃赤交角二十三度三十分黃道交極圈角七十二度五十四分三十四秒求黃道度及赤道度併距緯度各幾何第七



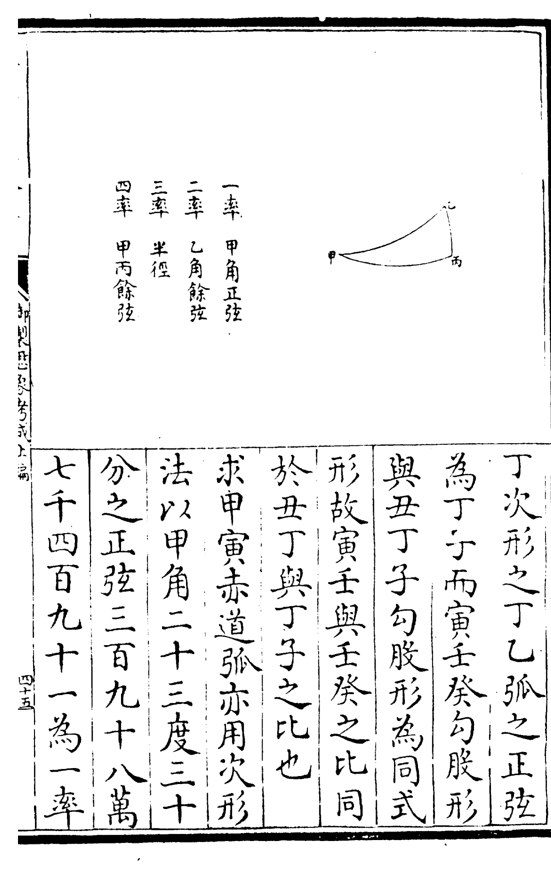
甲乙丙正弧三角形甲為黃赤交角丙為直角乙為黃道交極圈角求甲乙黃道弧則用次形法以乙角

一率　乙角正切
二率　半徑
三率　甲角餘切
四率　甲乙餘弦

七十二度五十四分三十四秒之正切三千二百五十二萬四千六百八十三為一率半徑一千萬為二率甲角二十三度三十分之餘切二千二百九十九萬八千四百二十五為三率求得四率七百零七萬一千零六十八為甲乙弧



之餘弦檢表得四十五度即甲乙黃道弧之度也如圖甲乙丙正弧三角形之次形為乙己丁蓋乙角之正切亦即乙己丁次形之乙角之正切為寅壬而甲角之餘切即乙己丁次形之丁己弧之正切為丑丁又甲乙弧之餘弦即乙己

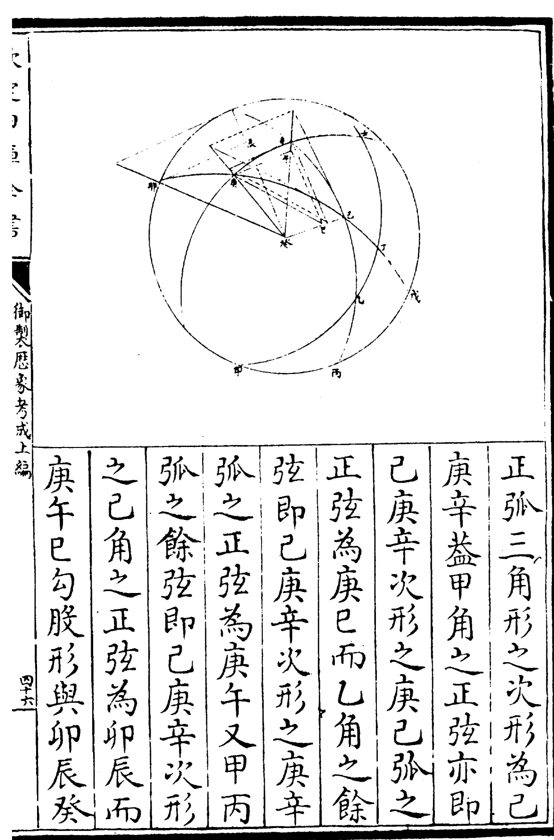


丁次形之丁乙弧之正弦為丁子而寅壬癸勾股形與丑丁子勾股形為同式形故寅壬與壬癸之比同於丑丁與丁子之比也

求甲寅赤道弧亦用次形法以甲角二十三度三十分之正弦三百九十八萬七千四百九十一為一率

一率 甲角正弦
二率 乙角餘弦
三率 半徑
四率 甲丙餘弦

乙角七十二度五十四分三十四秒之餘弦二百九十三萬八千八百二十為二率半徑一千萬為三率求得四率七百三十七萬零九十八為甲丙弧之餘弦檢表得四十二度三十一分二十二秒即甲丙赤道弧之度也如圖甲乙丙



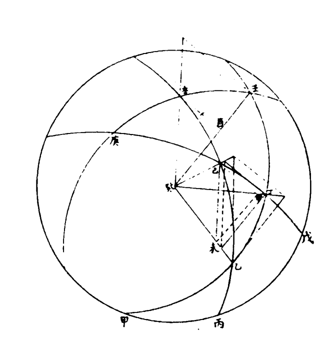
正弧三角形之次形為己庚辛蓋甲角之正弦亦即己庚辛次形之庚己弧之正弦為庚巳而乙角之餘弦即己庚辛次形之庚辛弧之正弦為庚午又甲丙弧之餘弦即己庚辛次形之己角之正弦為卯辰而庚午巳勾股形與卯辰癸

甲 乙 丙

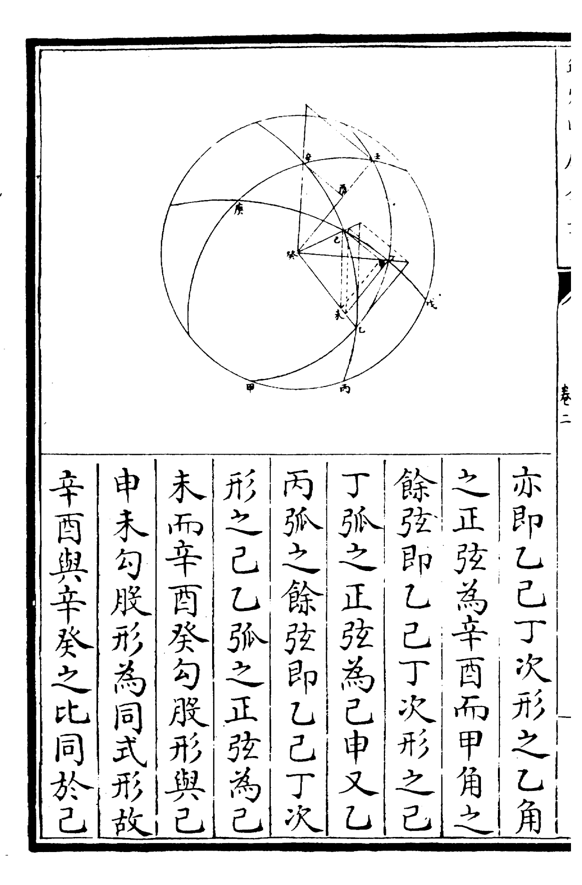
一率　乙角正弦
二率　半徑
三率　甲角餘弦
四率　乙丙餘弦

勾股形為同式形故庚巳與庚午之比同於夘癸與夘辰之比也

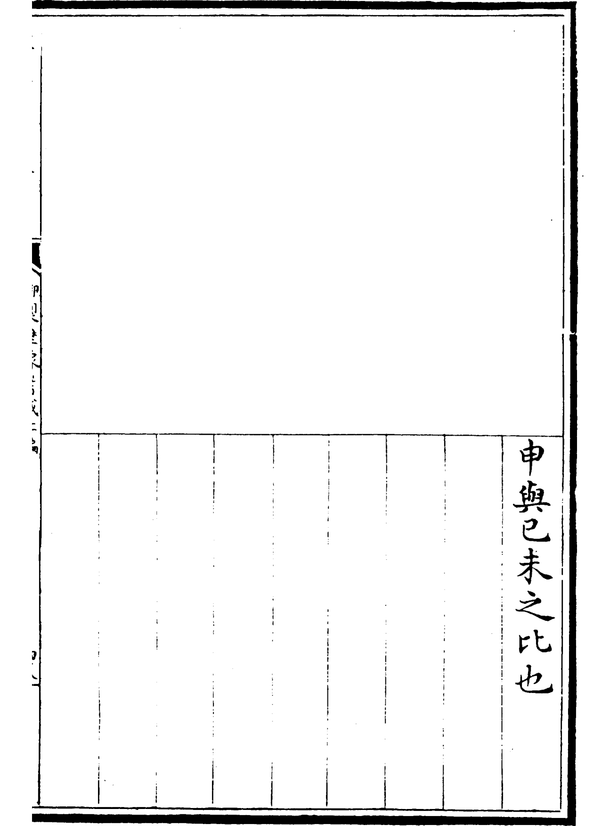
求乙丙距緯弧亦用次形法以乙角七十二度五十四分三十四秒之正弦九百五十五萬八千四百一十七為一率半徑一千萬為二率甲角二十三度三



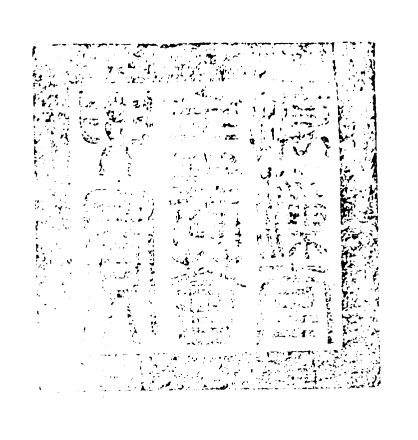
十分之餘弦九百一十七萬零六百零一為三率求得四率九百五十九萬四千二百六十七為乙丙弧之餘弦檢表得一十六度二十二分三十八秒即乙丙距緯弧之度也如圖甲乙丙正弧三角形之次形為乙己丁益乙角之正弦



亦即乙己丁次形之乙角之正弦為辛酉而甲角之餘弦即乙己丁次形之己丁弧之正弦為己申又乙丙弧之餘弦即乙己丁次形之己乙弧之正弦為己未而辛酉癸勾股形與己申未勾股形為同式形故辛酉與辛癸之比同於己


申與巳未之比也

御製歷象考成上編卷二



總校官進士臣胡　榮
校對官中官正臣郭長發
謄録監生臣浦　焴
繪圖監生臣吳同琦